

Negativer Brechungsindex

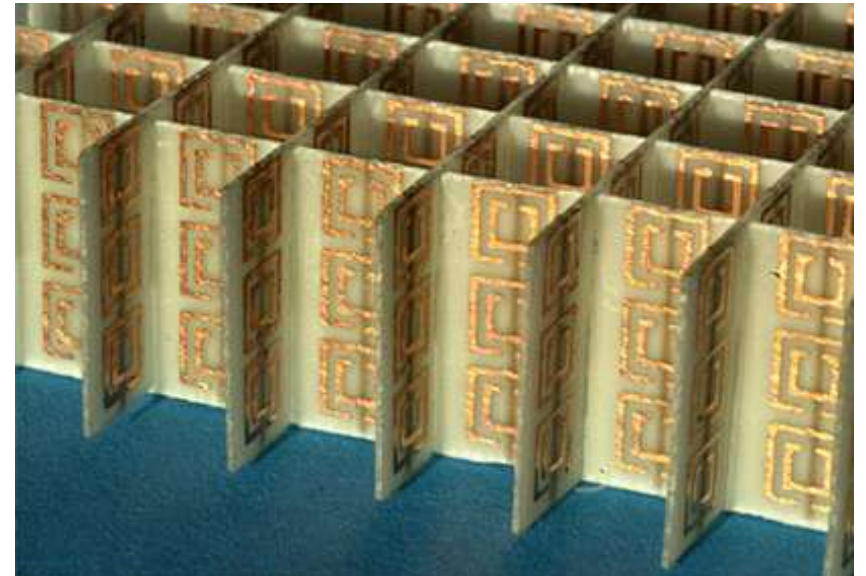
Metamaterialien ermöglichen Medien mit negativer Brechung

Stefan Bühler

Institut für Umweltphysik

Habilitationskolloquium

9. Dezember 2004

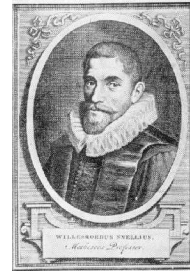


Starring



Sir John Pendry
(Imperial
College)

David Smith
(UCSD)



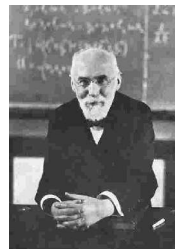
Willebrord
Snel van
Royen
(Snellius)
1580-1626



Christiaan
Huygens
1629-1695



Victor Veselago
(Universität
Moskau)



Hendrik A.
Lorentz
1853-1928



James C.
Maxwell
1831-1879



Augustin
Fresnel
1788-1827

Übersicht

- ▶ Der Brechungsindex
- ▶ Veselagos Idee
- ▶ Metamaterialien
- ▶ Experimente und Anwendungen
- ▶ Zusammenfassung

Übersicht

- ▶ **Der Brechungsindex**
- ▶ Veselagos Idee
- ▶ Metamaterialien
- ▶ Experimente und Anwendungen
- ▶ Zusammenfassung

Übersicht

- ▶ **Der Brechungsindex**
 - ▶ Das Gesetz von Snellius
 - ▶ Das Prinzip von Huygens-Fresnel
 - ▶ Die Maxwell-Gleichungen
 - ▶ Die Materialgleichungen
- ▶ Veselagos Idee
- ▶ Metamaterialien
- ▶ Experimente und Anwendungen
- ▶ Zusammenfassung

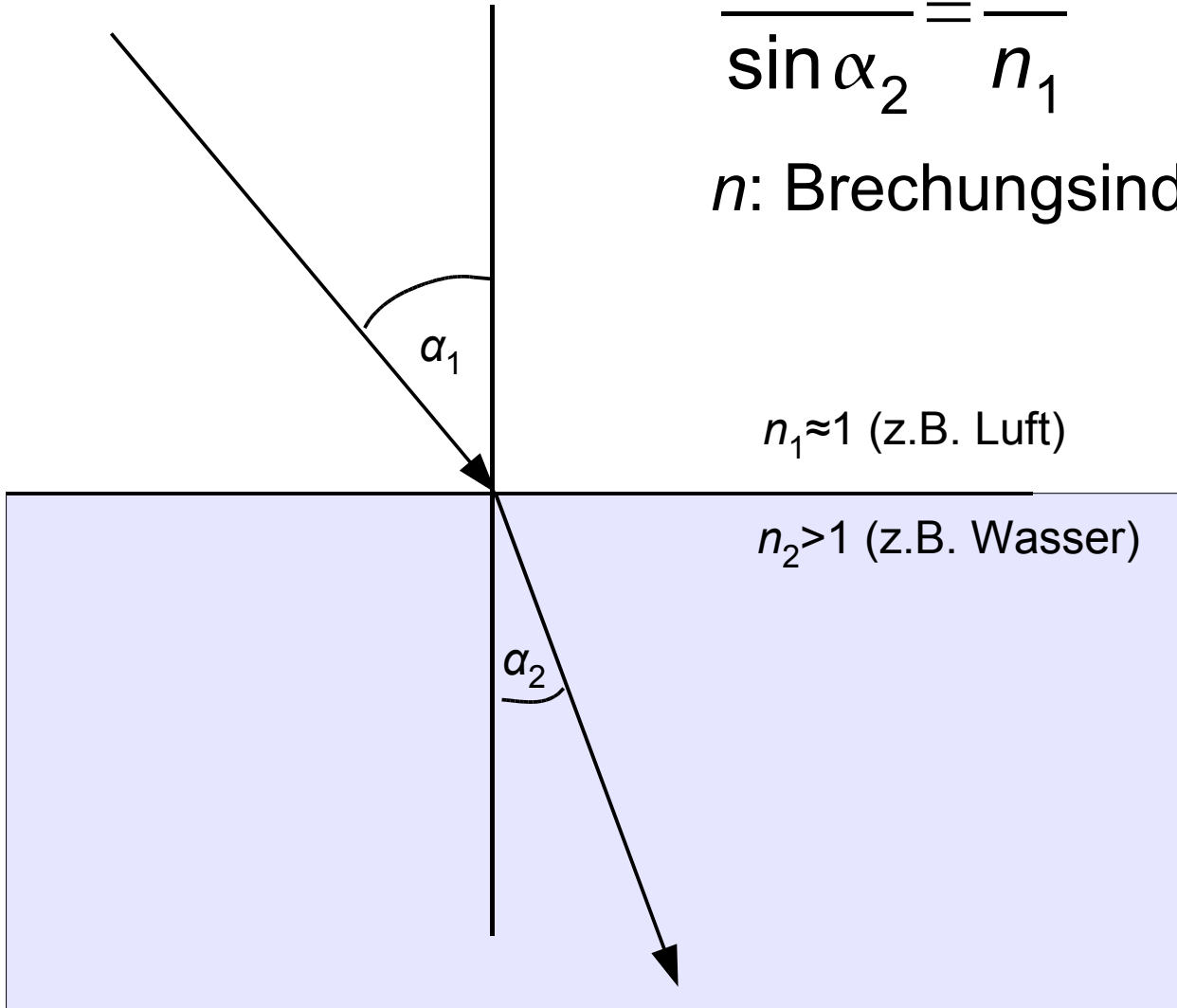
Brechung und Brechungsindex



Das Gesetz von Snellius

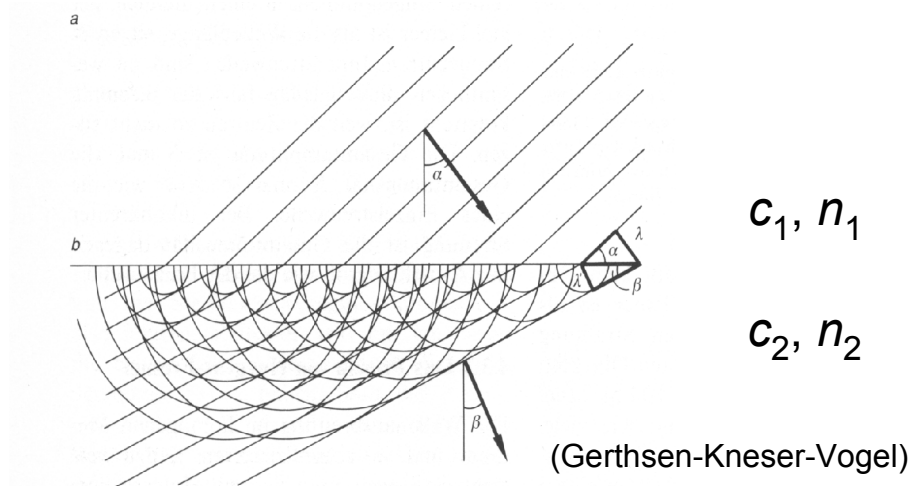
$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

n : Brechungsindex



Willebrord Snel van Royen (Snellius)
1580-1626

Das Prinzip von Huygens-Fresnel



Christiaan
Huygens
1629-1695



Augustin
Fresnel
1788-1827

- ▶ Sekundärwellen an jedem Punkt der Wellenfront
- ▶ Welle läuft im Medium langsamer

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{c_1}{c_2}$$

c: Lichtgeschwindigkeit

FIXME: Maxwell-Gleichungen für Vakuum,
Polarisierung.

Die Maxwell-Gleichungen im Vakuum

rot E	=	$-\dot{B}$	ohne Ströme und Ladungen
rot B	=	$\mu_0 \epsilon_0 \dot{E}$	
div E	=	0	
div B	=	0	

$\xrightarrow{\text{d/dt}}$ $\xrightarrow{\text{einsetzen}}$
 $\text{rot } \dot{B} = \mu_0 \epsilon_0 \ddot{E}$



James Clerk Maxwell
1831-1879

$$(\text{div } E = 0) \Rightarrow \Delta E = \mu_0 \epsilon_0 \ddot{E}$$

Wellengleichung! $\Rightarrow c_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$

Ebene Welle:

$$E(\vec{r}, t) = E_0 e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}$$

Dispersionsrelation:

$$k = \frac{\omega}{c_0} \quad \text{oder} \quad \lambda = \frac{c_0}{\nu}$$

Polarisierung und Magnetisierung

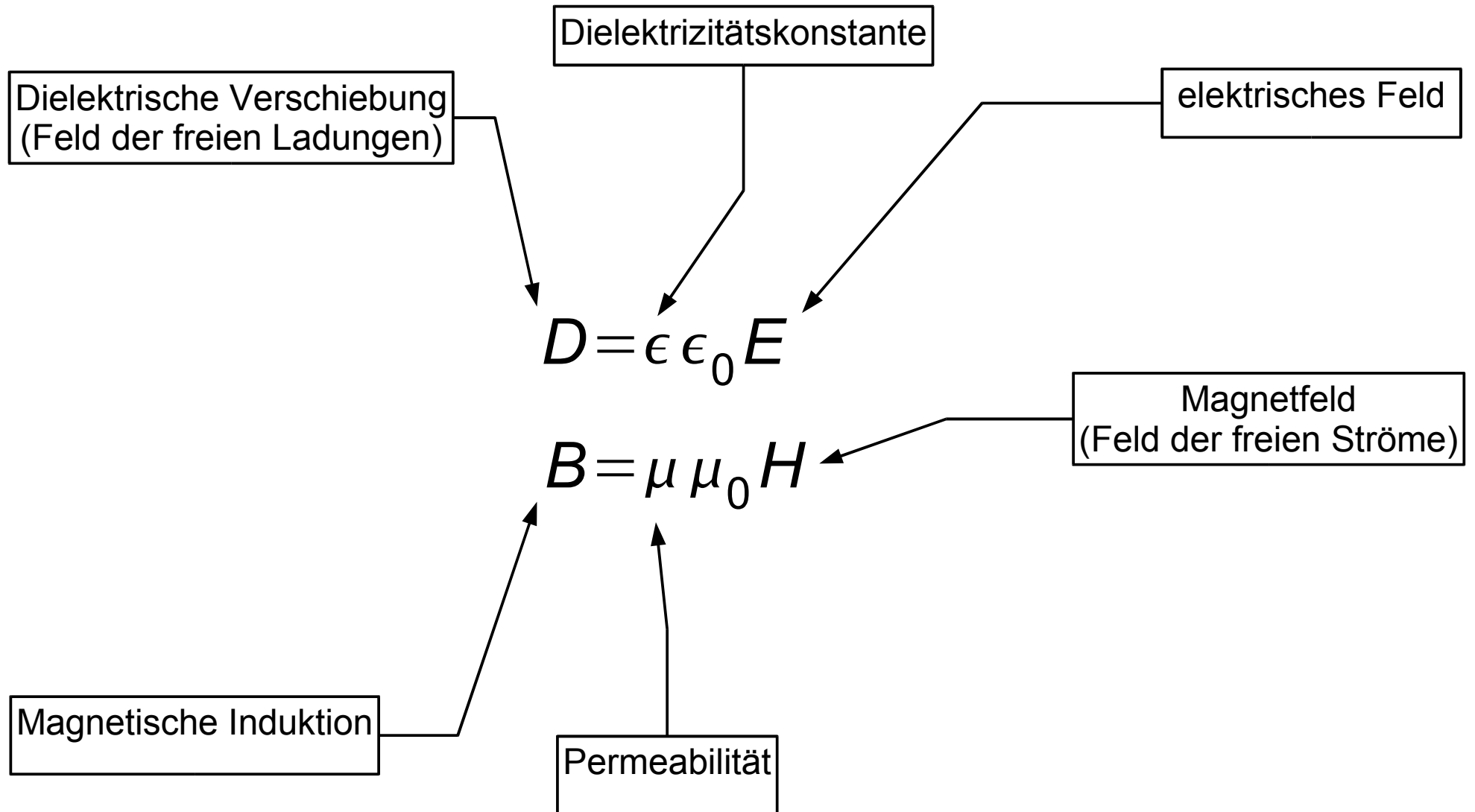
Wird ein Material ins Elektrische oder Magnetische Feld gebracht, so wird es polarisiert oder magnetisiert.

$$P = (\epsilon - 1)\epsilon_0 E \qquad D = \epsilon_0 E + P$$

$$J = (\mu - 1)H = \frac{(\mu - 1)}{\mu \mu_0} B$$

Die Materialgleichungen

(für isotropes lineares Medium)



FIXME: Warum schwächt magnetische Polarisierung das Feld nicht ab?

Die Maxwell-Gleichungen im Medium

$$\begin{aligned} \text{rot } E &= -\dot{B} \\ \text{rot } H &= \dot{D} \\ \text{div } D &= 0 \\ \text{div } B &= 0 \end{aligned}$$

ohne freie Ströme und Ladungen

Dispersionsrelation:

$$c = \frac{\omega}{k} = \lambda \nu$$

ebene Welle: $E(\vec{r}, t) = E_0 e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}$
+ Materialgleichungen

$$\begin{aligned} \vec{k} \times E &= \omega \mu \mu_0 H \\ \vec{k} \times H &= -\omega \epsilon \epsilon_0 E \end{aligned}$$

eliminiere E und H :

$$\frac{\omega^2}{k^2} = \frac{1}{\epsilon \mu \epsilon_0 \mu_0} = \frac{c_0^2}{n^2} \quad \text{Huygens}$$

$= c^2$
 $= c_0^2$

Maxwell-Relation:

$$n^2 = \frac{c_0^2}{c^2} = \epsilon \mu$$

Snellius-Gesetz:

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

Maxwell-Relation:

$$n^2 = \frac{c_0^2}{c^2} = \epsilon \mu$$

- ▶ Das Snellius-Gesetz beschreibt die Brechung von Lichtstrahlen beim Übergang zwischen Medien verschiedener optischer Dichte.
- ▶ Die EM Welle läuft tatsächlich im dichteren Medium langsamer.
- ▶ Das Quadrat des Brechungsindex ist das Produkt aus den Materialkonstanten.

Übersicht

- ▶ Der Brechungsindex
- ▶ **Veselagos Idee**
- ▶ Metamaterialien
- ▶ Experimente und Anwendungen
- ▶ Zusammenfassung

Übersicht

- ▶ Der Brechungsindex
- ▶ **Veselagos Idee**
 - ▶ Linkshändige Medien
 - ▶ Die Konsequenz für das Gesetz von Snellius und weitere Konsequenzen
 - ▶ Das Lorentz-Modell der Materialkonstanten
 - ▶ Gibt es natürliche linkshändige Medien?
- ▶ Metamaterialien
- ▶ Experimente und Anwendungen
- ▶ Zusammenfassung

Victor Veselago



Victor Veselago

Was wäre wenn ...
... ϵ und μ negativ wären?

(V. G. Veselago, The Electrodynamics of Substances with simultaneously negative values of ϵ and μ , Soviet Physics Uspekhi, 10(4), 1968)

$$\vec{k} \times E = \omega \mu \mu_0 H$$

$$\vec{k} \times H = -\omega \epsilon \epsilon_0 E$$

Für $\epsilon, \mu > 0$ bilden E, H, \vec{k} ein rechtshändiges Tripel.

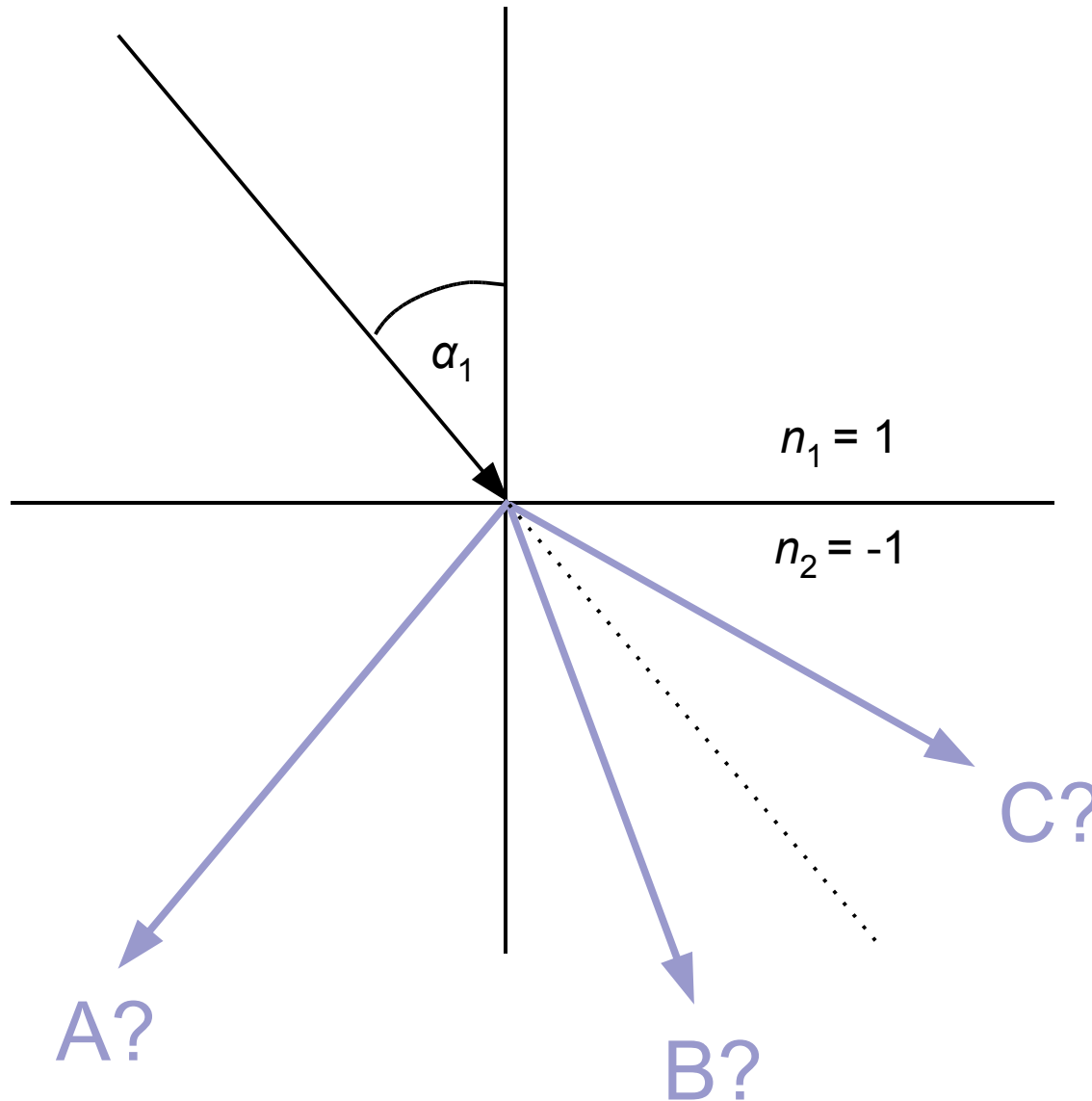
Für entweder ϵ oder μ negativ unterstützt das Medium keine EM Wellen.

Für $\epsilon, \mu < 0$ bilden E, H, \vec{k} ein linkshändiges Tripel.

➔ Linkshändiges Medium

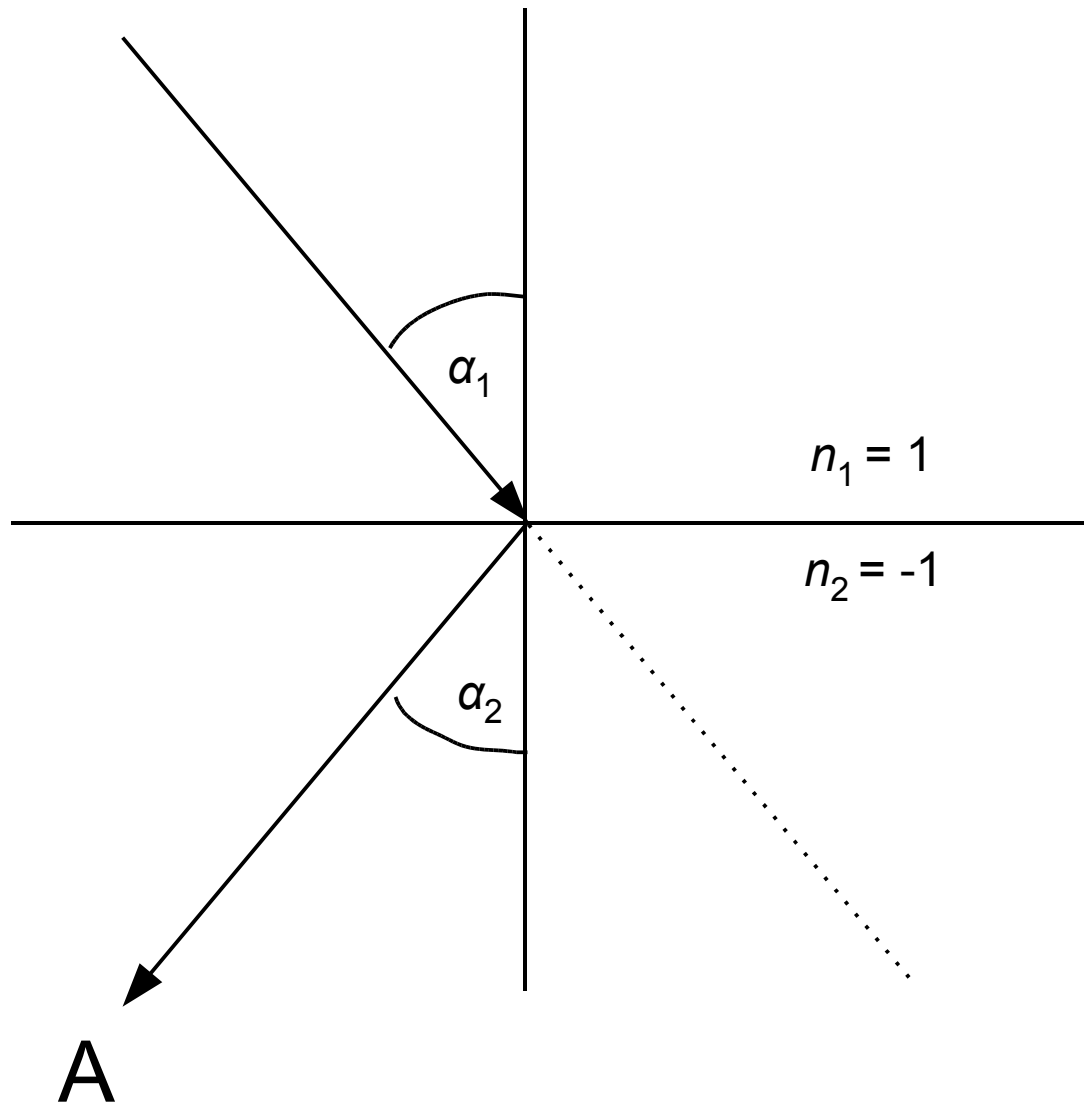
$n^2 = \epsilon \mu$ ➔ jetzt gilt die negative Wurzel ➔ $n < 0$

Konsequenz für das Gesetz von Snellius



$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

Konsequenz für das Gesetz von Snellius



$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

Weitere Konsequenzen

Energiefluss ist durch den Poynting Vektor gegeben:

$$S \propto E \times H \quad \text{zeigt vorwärts.}$$

Wellenvektor $\vec{k} \propto -E \times H$ zeigt rückwärts.

 Phasengeschwindigkeit
entgegengesetzt zum Energiefluss

$$c^2 = \frac{c_0^2}{n^2} \quad n < -1 \quad \rightarrow \quad |c| < c_0$$

Kann es ein Material mit $\epsilon, \mu < 0$ geben?

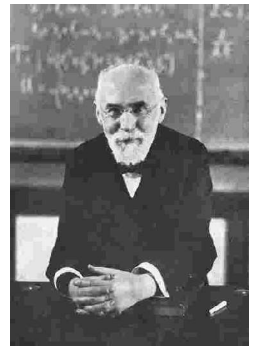
Nachschlagen im Landolt-Börnstein ergibt keine Stoffe mit $\epsilon < 0$.

Aber:

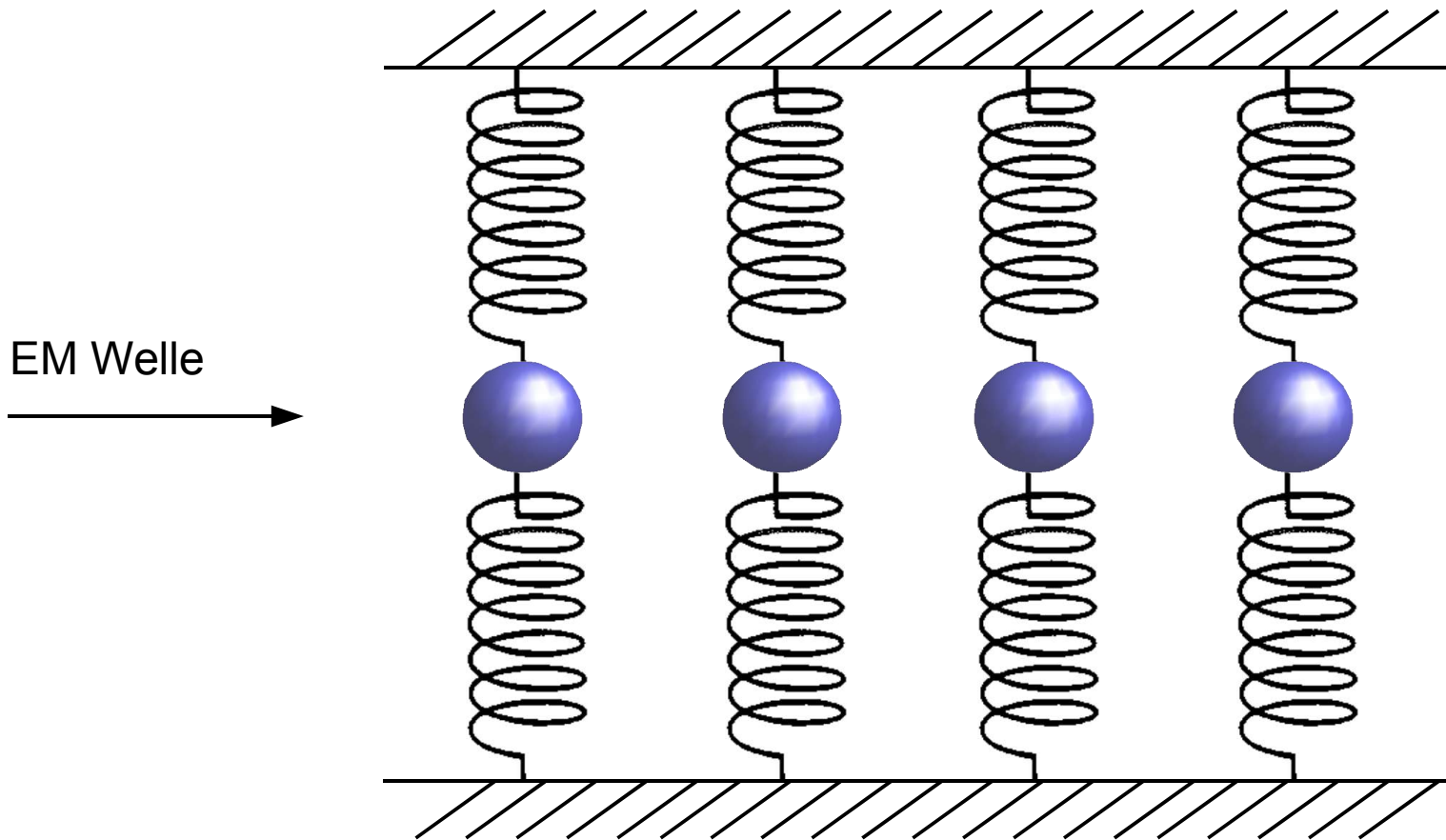
Das elektrostatische ϵ ist nicht das richtige, weil wir wissen wollen, wie das Material auf EM Wellen reagiert. Das ϵ ist frequenzabhängig (und außerdem komplex).

Das Lorentz-Modell

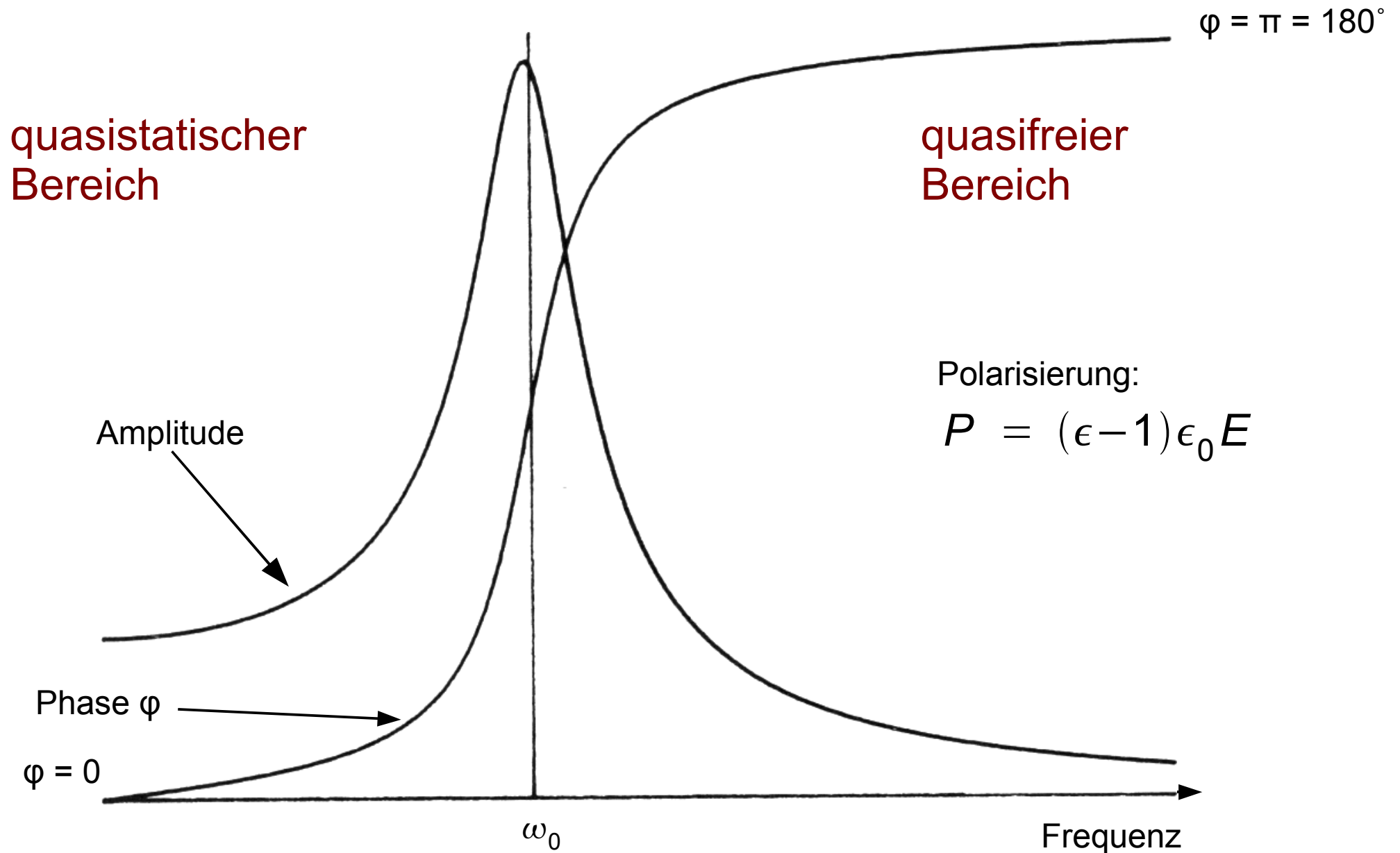
Material enthält gedämpfte harmonische Oszillatoren (elektrische und magnetische).



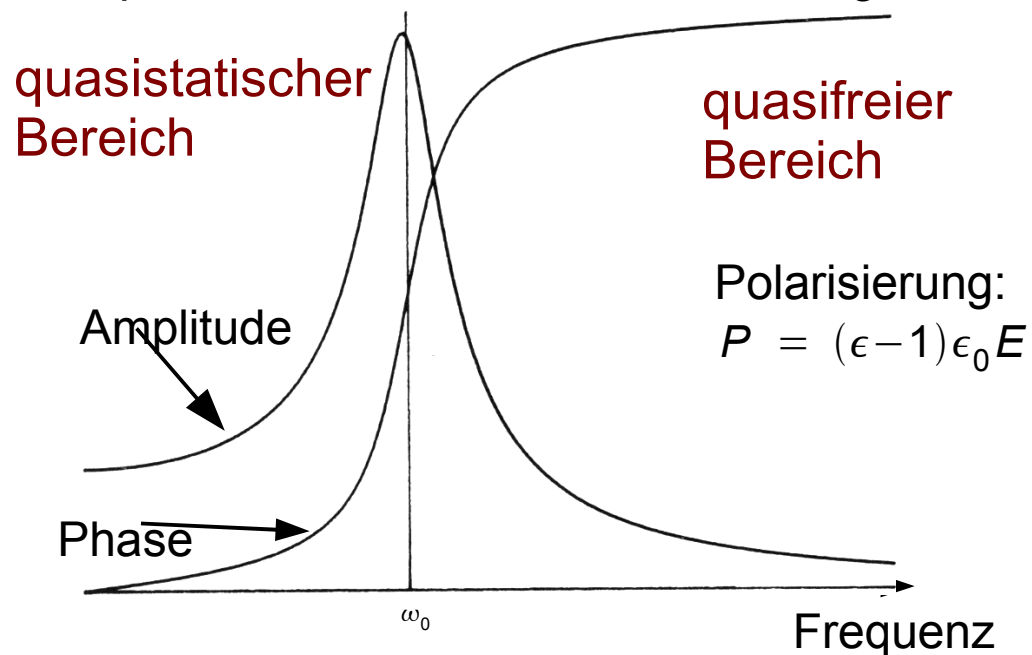
H. A. Lorentz
1853-1928



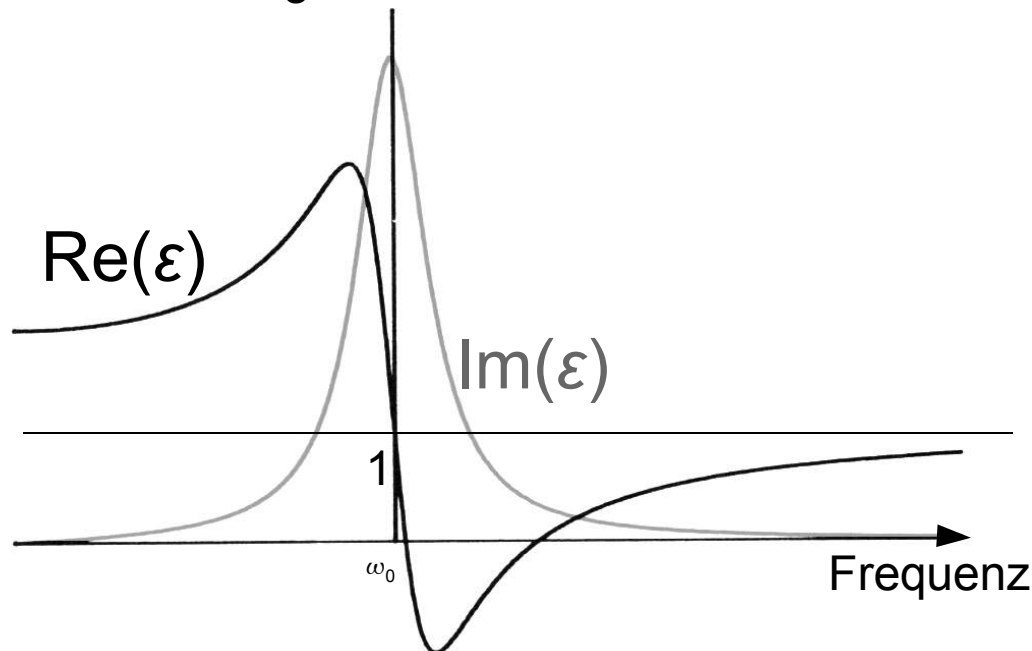
Erzwungene harmonische Schwingung



Amplitude und Phase der Polarisierung



Real- und Imaginärteil der Dielektrizitätskonstante



Dielektrizitätskonstante nach dem Lorentz Modell

- ▶ Re(ϵ) beeinflusst die Ausbreitungsgeschwindigkeit, und damit die Brechung.
- ▶ Im(ϵ) beeinflusst die Absorption.
- ▶ Negatives Re(ϵ) ist möglich, aber nur für schmale Frequenzbereiche, und nicht ohne Dispersion und Absorption zu haben.
- ▶ Analoge Überlegungen gelten auch für μ .

Warum gibt es keine natürlichen Medien mit negativem Brechungsindex?

- ▶ Elektrische (ϵ) Resonanzen sind im Terahertz- bis optischen Frequenzbereich (z.B. für Metalle).
- ▶ Magnetische (μ) Resonanzen bei viel niedrigeren Frequenzen (z.B. für Ferromagnetische Stoffe).
- ▶ Veselagos These (1968): Es gibt kein Naturgesetz, das ϵ und μ verbieten würde, gleichzeitig <0 zu sein, man hat nur noch kein entsprechendes Material gefunden.
- ▶ Da auch in den nächsten 30 Jahren kein entsprechendes Material gefunden wurde, geriet der Artikel von Veselago in Vergessenheit.

Übersicht

- ▶ Der Brechungsindex
- ▶ Veselagos Idee
- ▶ **Metamaterialien**
- ▶ Experimente und Anwendungen
- ▶ Zusammenfassung

Übersicht

- ▶ Der Brechungsindex
- ▶ Veselagos Idee
- ▶ **Metamaterialien**
 - ▶ Die Idee
 - ▶ Ein magnetischer Resonator
 - ▶ Ein elektrischer Resonator
 - ▶ Ein linkshändiges Metamaterial
- ▶ Experimente und Anwendungen
- ▶ Zusammenfassung

Metamaterialien



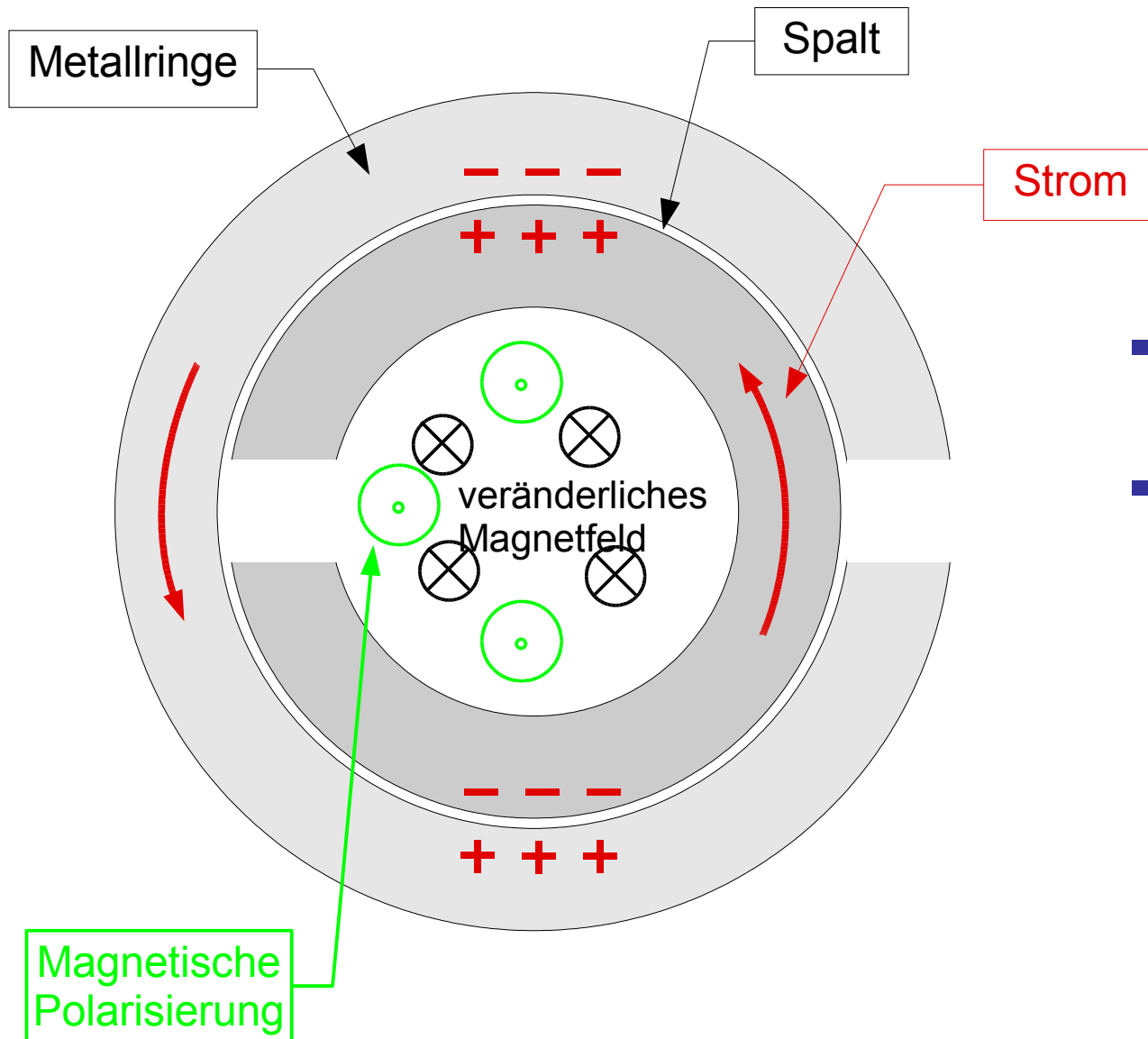
Sir John Pendry

- ▶ Eine Ansammlung makroskopischer Elemente kann sich bei entsprechend langer Wellenlänge (Mikrowellen) wie ein homogenes Material verhalten. Bedingung:

Größe und
Abstand der
Elemente \ll Wellenlänge

- ▶ Eine Beschreibung durch ϵ , μ und n macht also Sinn.
- ▶ Aus magnetischen und elektrischen Resonatoren kann man sich sein eigenes Lorentz-Material bauen.

Der Spalt-Ring-Oszillator



Große Kapazität
zwischen den
Ringen

→ Strom kann fließen

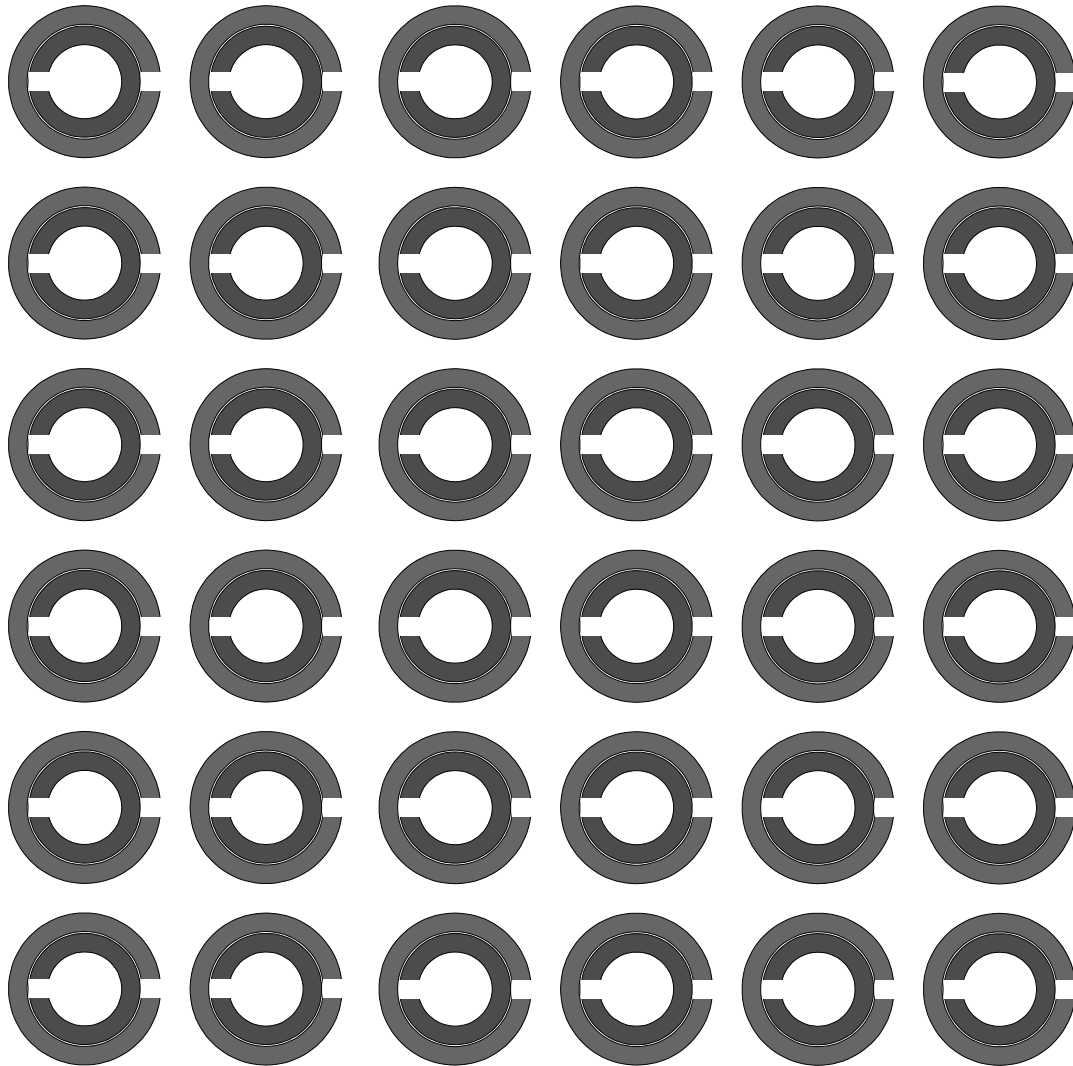
→ Schwingkreis,
wechselwirkt mit
dem Magnetfeld

(J.B. Pendry et al., IEEE Trans.
Microwave Theory Tech., 1999)

Der Spalt-Ring-Oszillator



Der Spalt-Ring-Oszillator

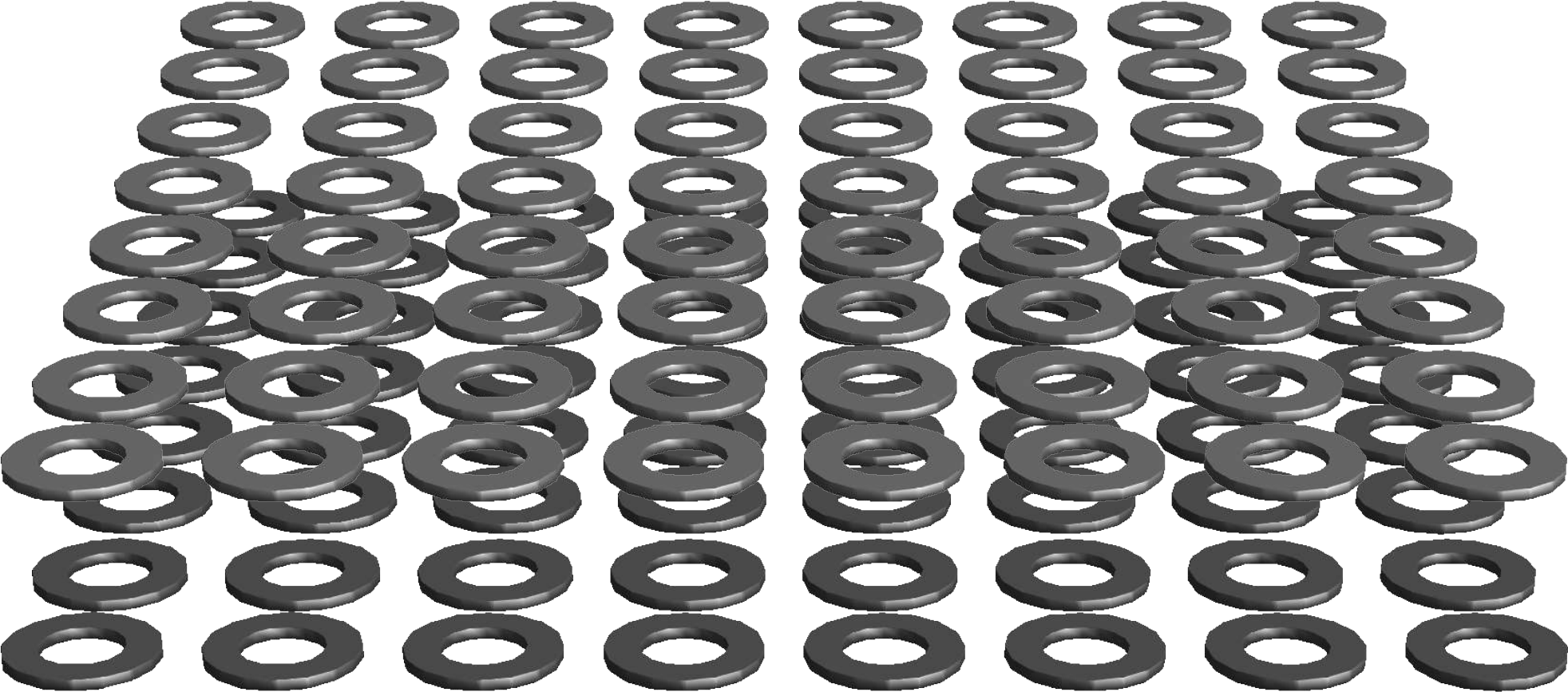


Herzustellen durch
Lithographie

Z.B.:

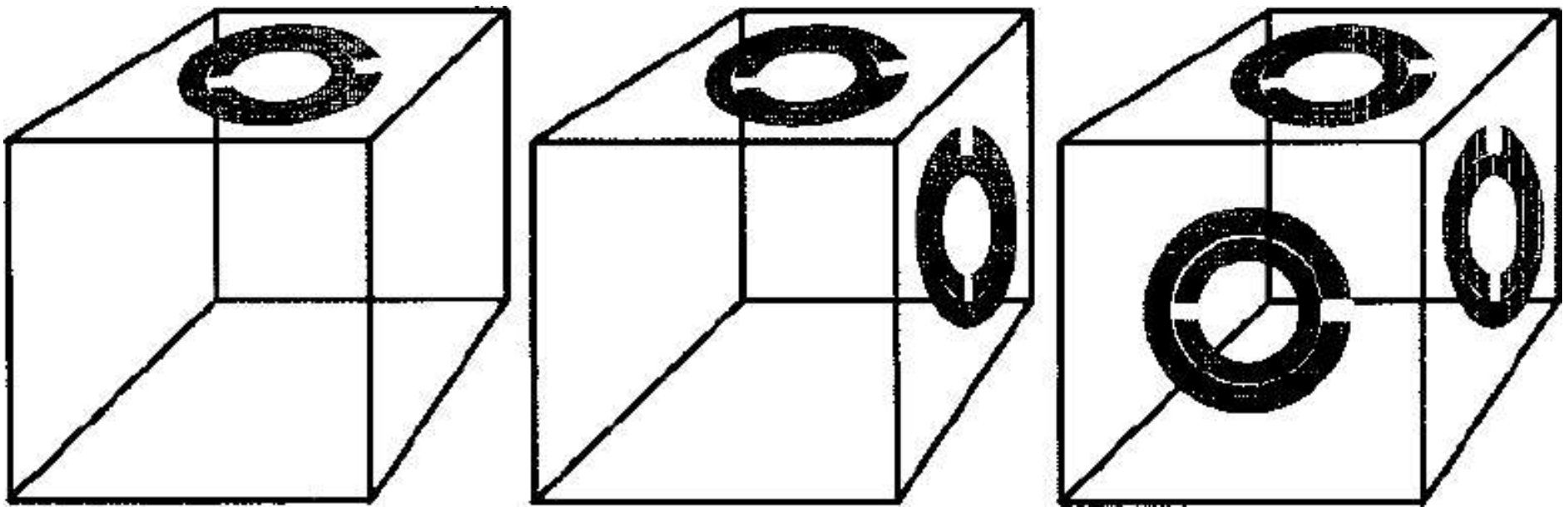
innerer Radius:	2mm
Ringbreite:	1mm
Spalt zw. Ringen:	0.1mm
Gitterkonstante:	10mm

Übereinanderstapeln...

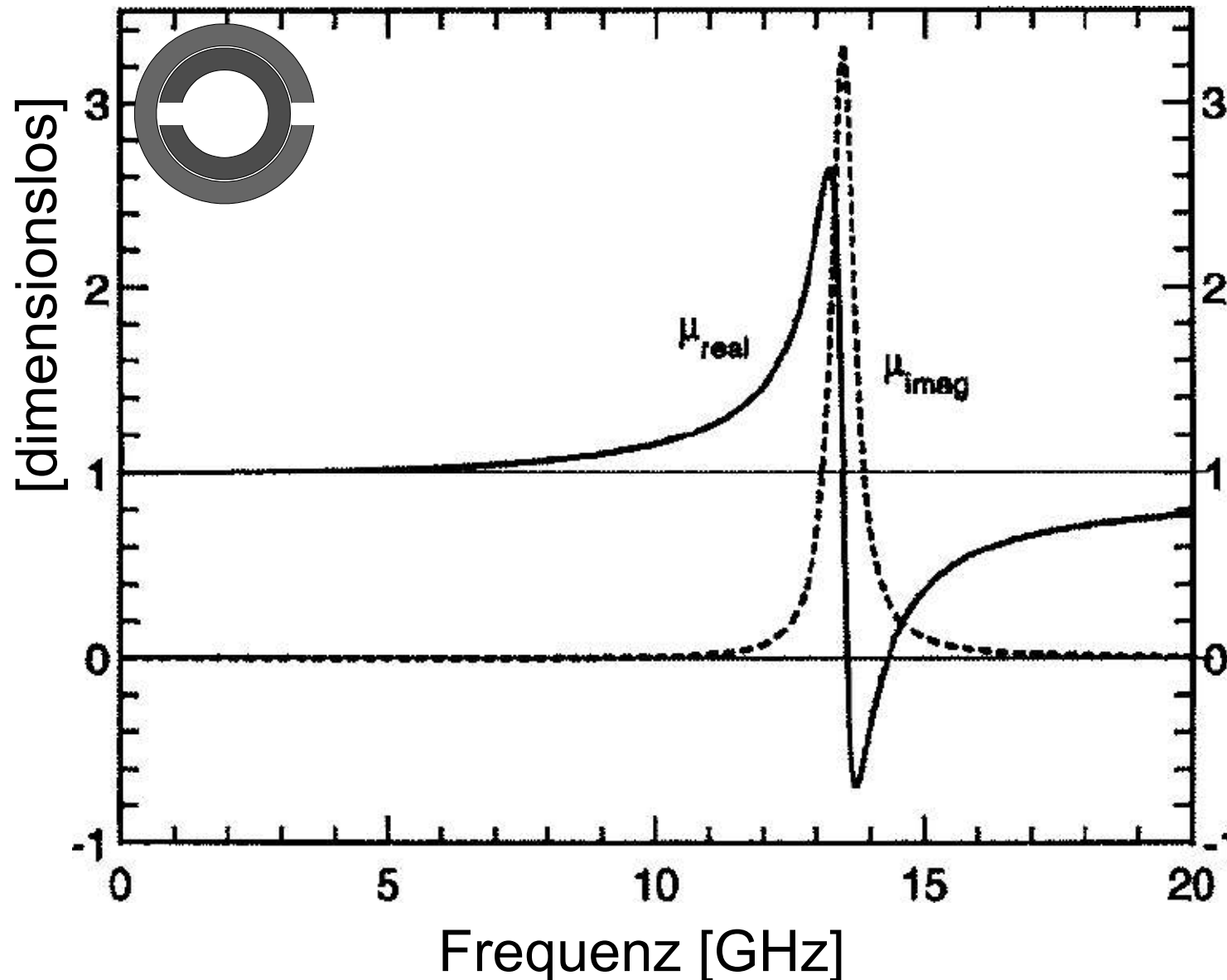


...zerschneiden, neu bedrucken,
neu stapeln, wieder zerschneiden,
neu bedrucken, stapeln

gibt:



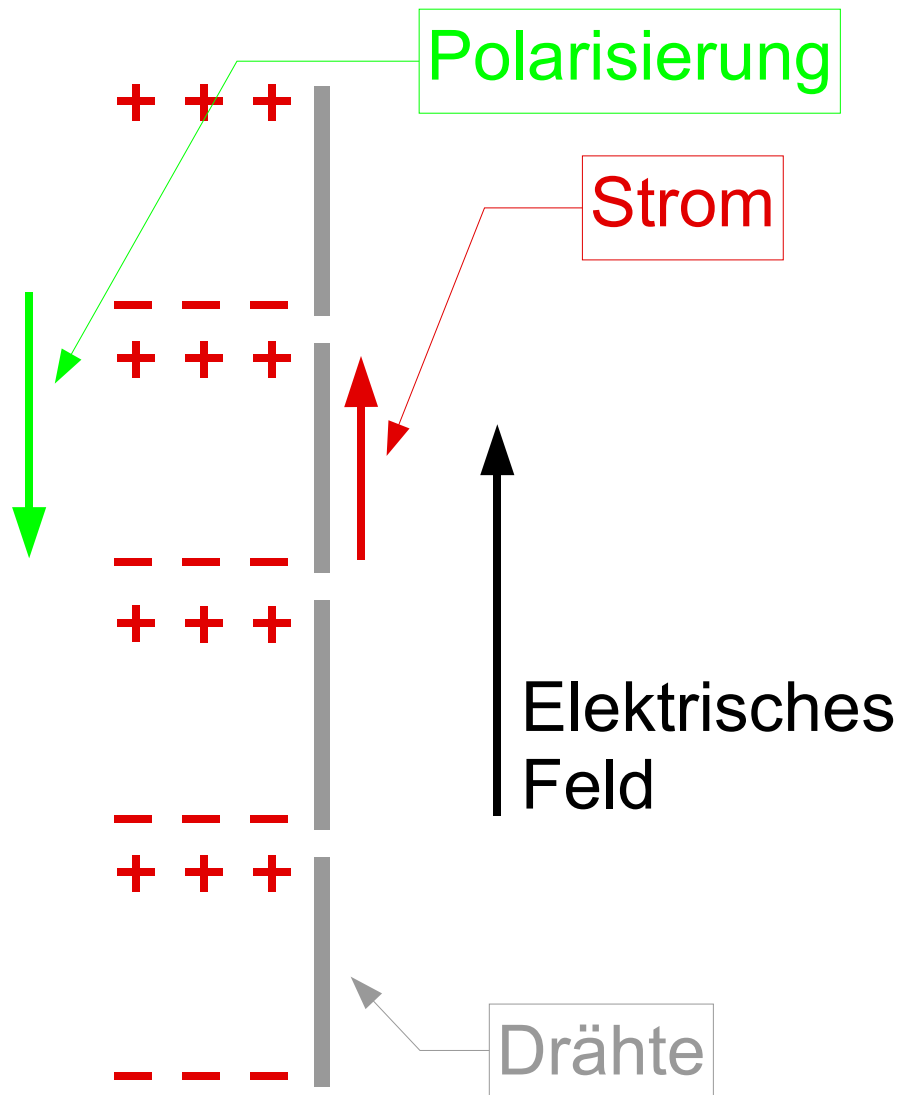
Permeabilität des Spaltring Metamaterials



Lage und Breite der Resonanz lassen sich durch Geometrie und Ohmschen Widerstand des Materials steuern.

(J.B. Pendry et al.,
IEEE Trans.
Microwave Theory
Tech., 1999)

Ein elektrischer Resonator



- ▶ Drähte haben Kapazität und Induktivität.
- ▶ Das ist ein Schwingkreis, der mit dem elektrischen Feld gekoppelt ist.
- ▶ Lage und Breite der Resonanz lassen sich durch Dicke der Drähte und Ohmschen Widerstand des Materials steuern

(J.B. Pendry et al., Phys. Rev. Lett., 1996)

Details zum elektrischen Resonator

Elektronen im Metall verhalten sich wie ein Plasma. Plasma-Frequenz:

$$\omega_0^2 = \frac{ne^2}{\epsilon_0 m_{\text{eff}}} \quad (\text{Für Metalle im UV})$$

Dielektrizitätskonstante:

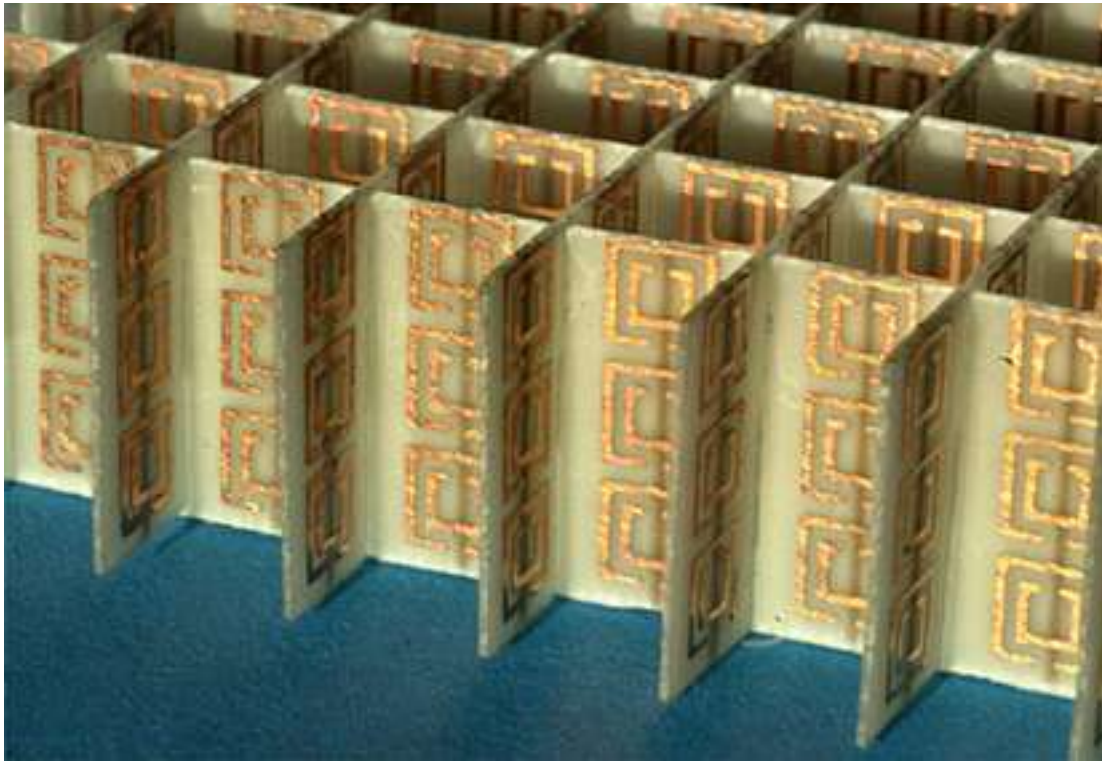
$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega(\omega + i\gamma)}$$

Dämpfungsterm

Drähte müssen dünn sein, um eine hohe Induktivität zu haben.

➔ Analog zur Elektronenmasse im Plasma.

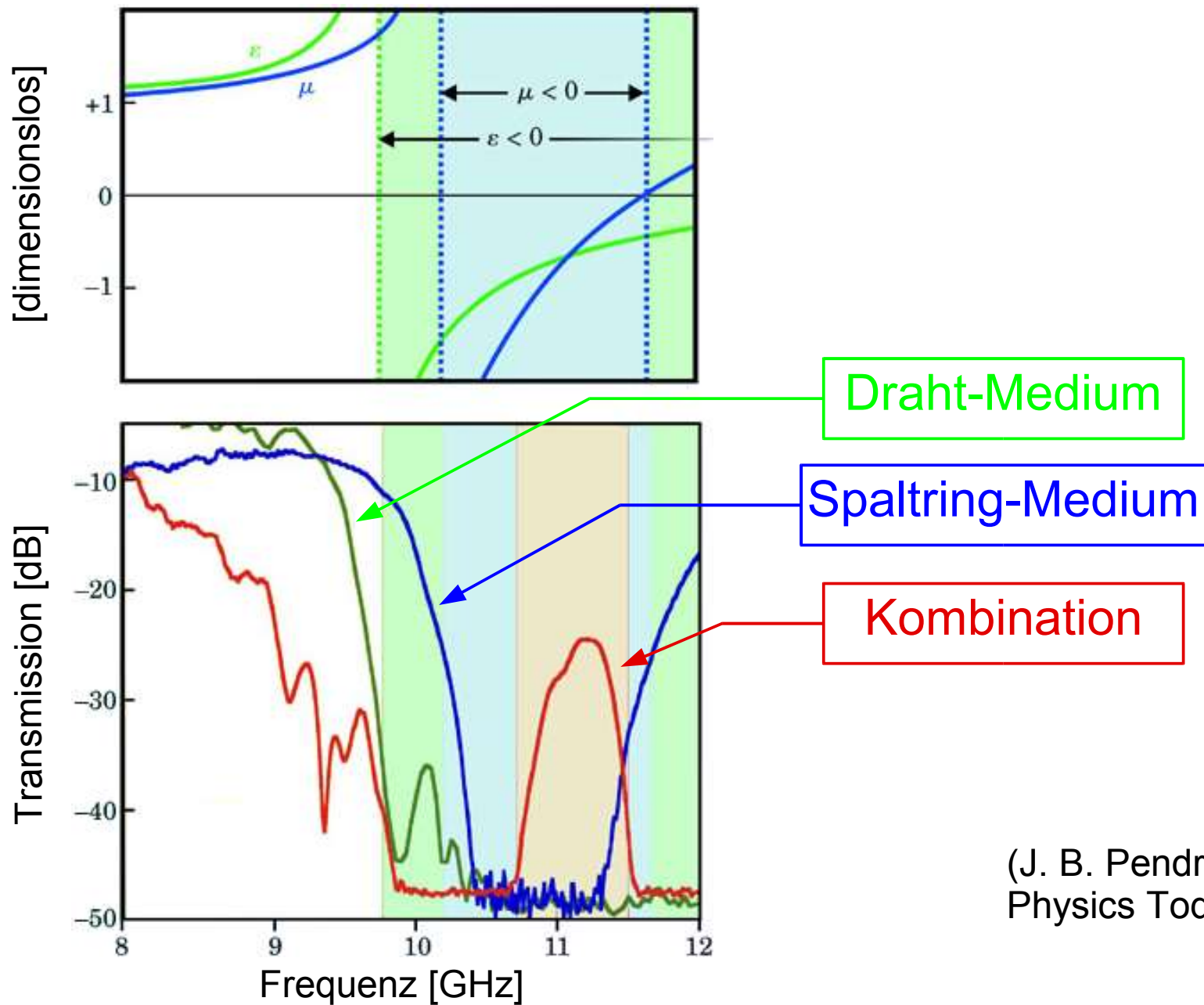
Ein linkshändiges Metamaterial



1 cm

(R. A. Shelby, D. R. Smith, und
S. Schultz, Science, 2001)

Ein linkshändiges Metamaterial



(J. B. Pendry und D. R. Smith,
Physics Today, 2004)

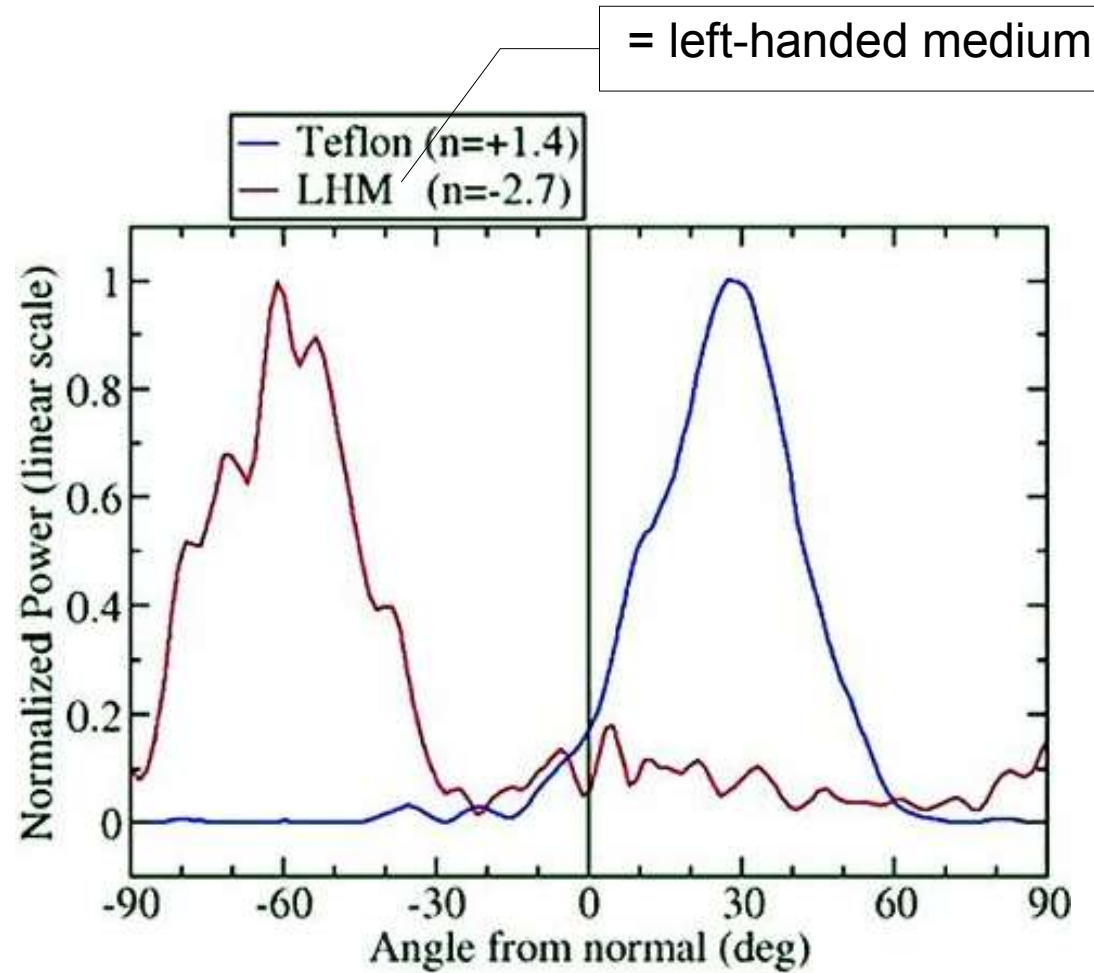
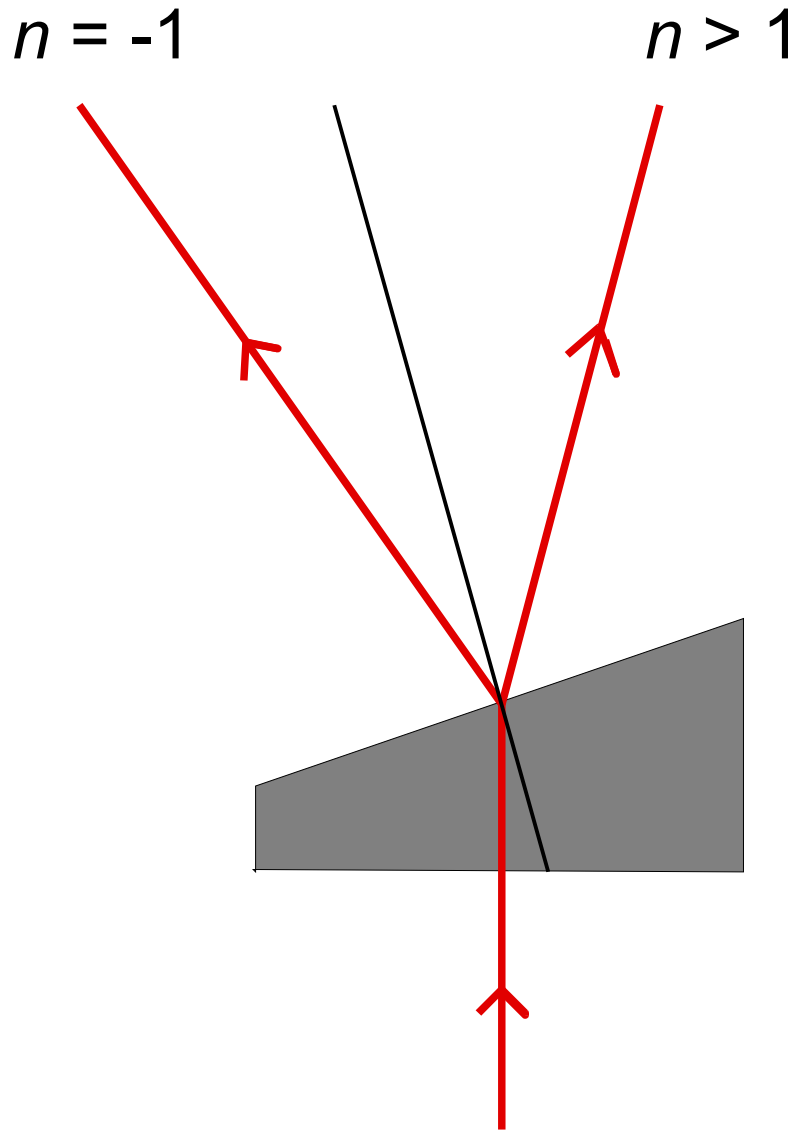
Übersicht

- ▶ Der Brechungsindex
- ▶ Veselagos Idee
- ▶ Metamaterialien
- ▶ **Experimente und Anwendungen**
- ▶ Zusammenfassung

Übersicht

- ▶ Der Brechungsindex
- ▶ Veselagos Idee
- ▶ Metamaterialien
- ▶ **Experimente und Anwendungen**
 - ▶ Ein Snellius Experiment
 - ▶ Linsen
 - ▶ Die perfekte Linse?
- ▶ Zusammenfassung

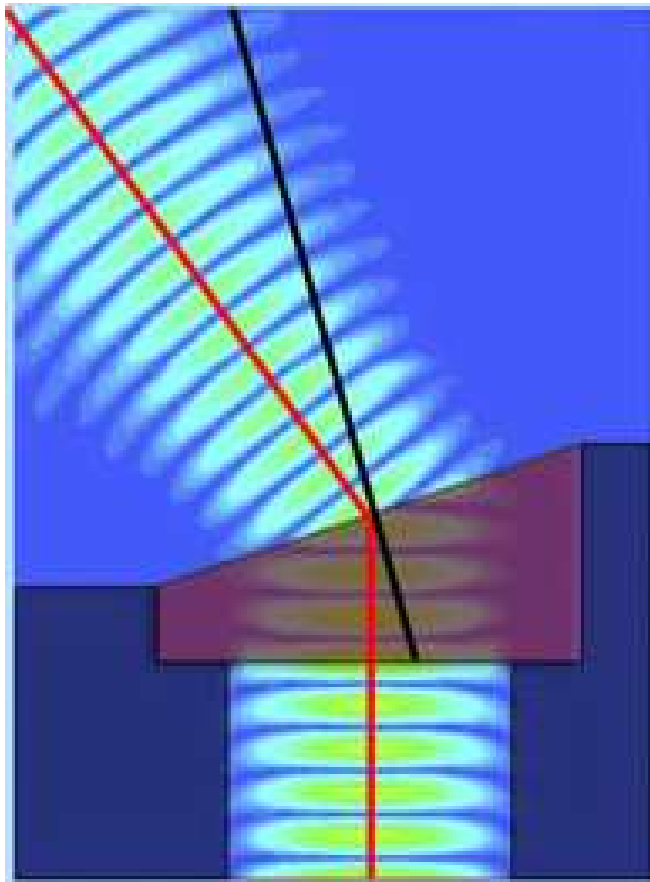
Snellius Experiment



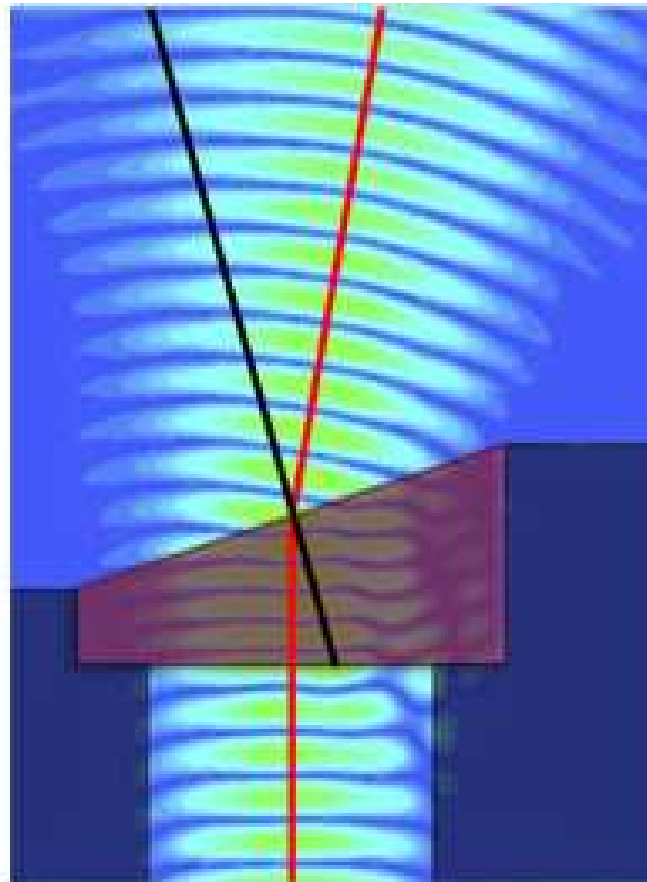
(D. R. Smith, J. B. Pendry und M. C. K. Wiltshire, Science, 2004)

Snellius Experiment (Simulation)

$n = -1$



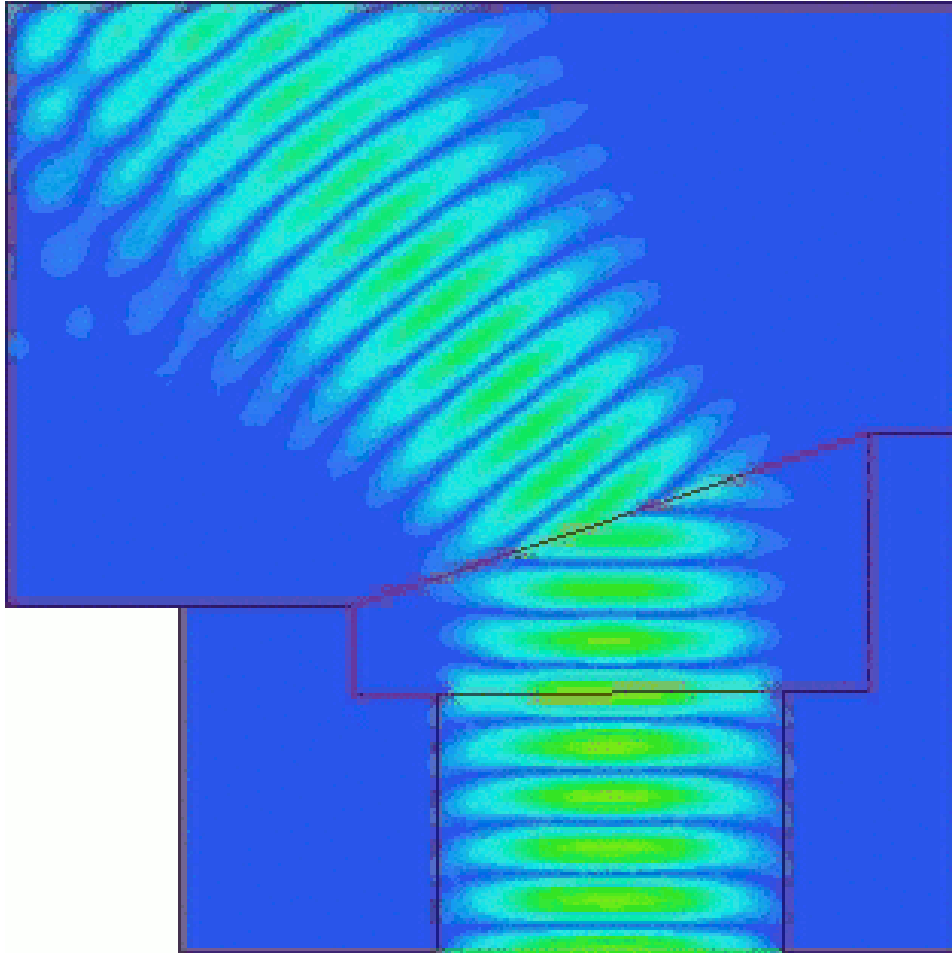
$n > 1$



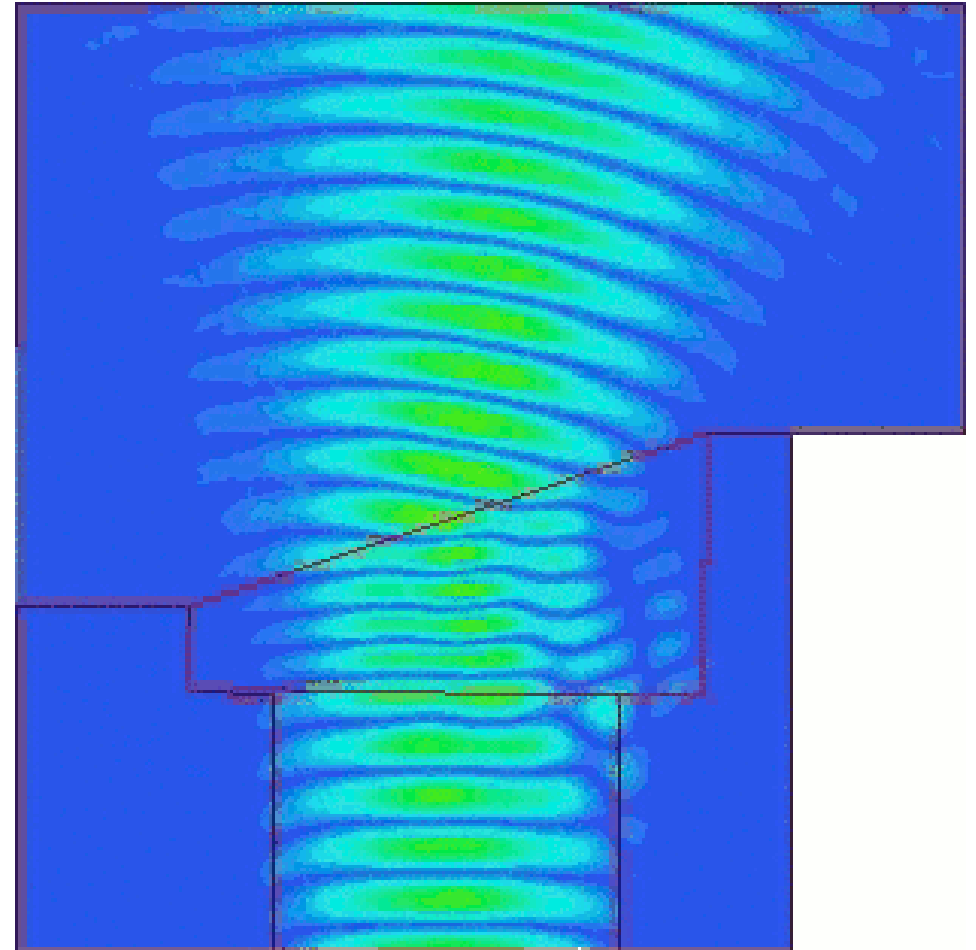
(J. B. Pendry und D. R. Smith, Physics Today, 2004)

Snellius Experiment (Simulation)

$n = -1$

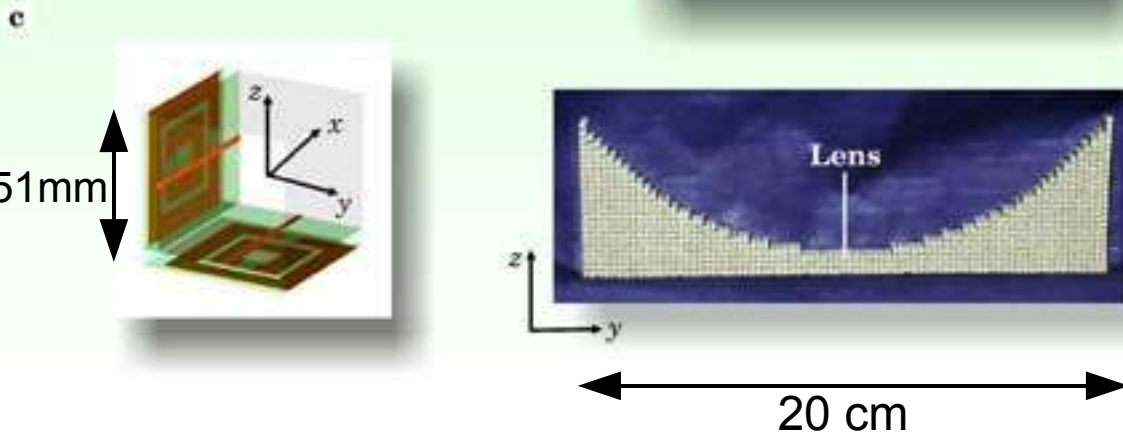
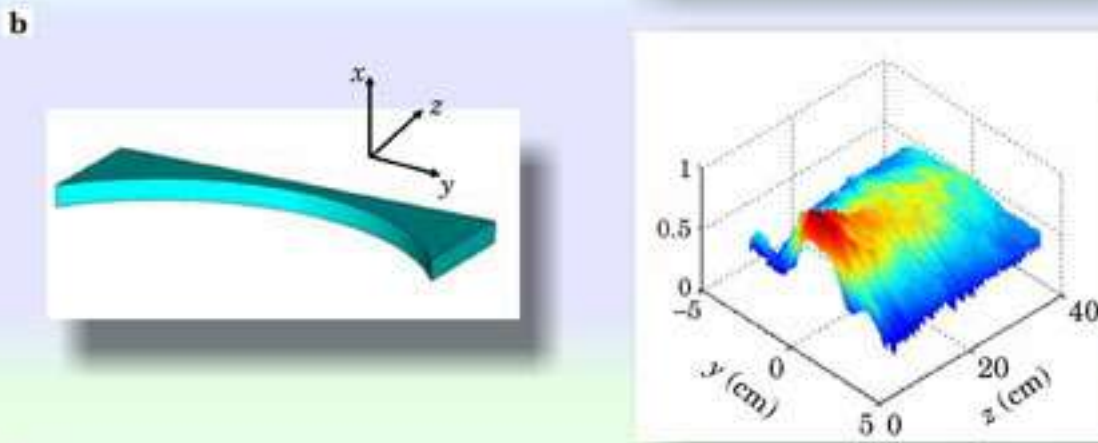
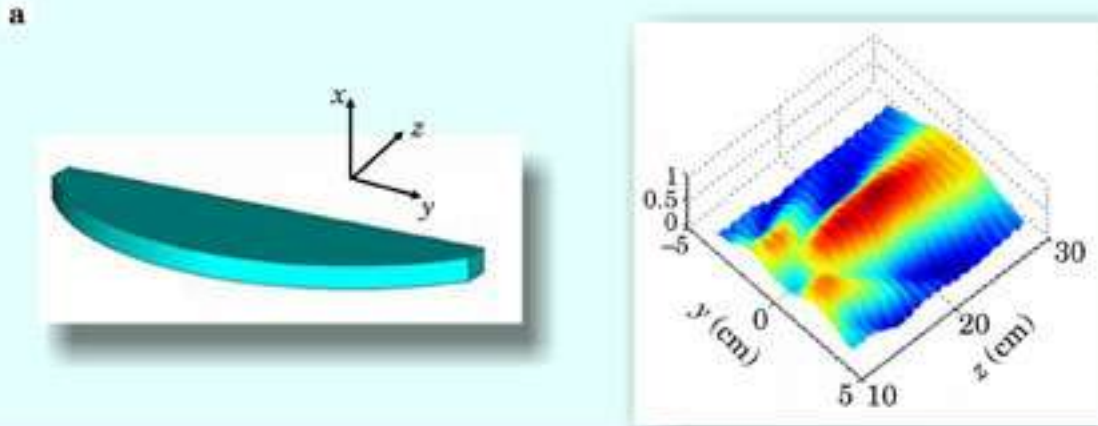


$n > 1$



(J. P. Kolinko und D. R. Smith,
Optics Express, 2004)

Linsen



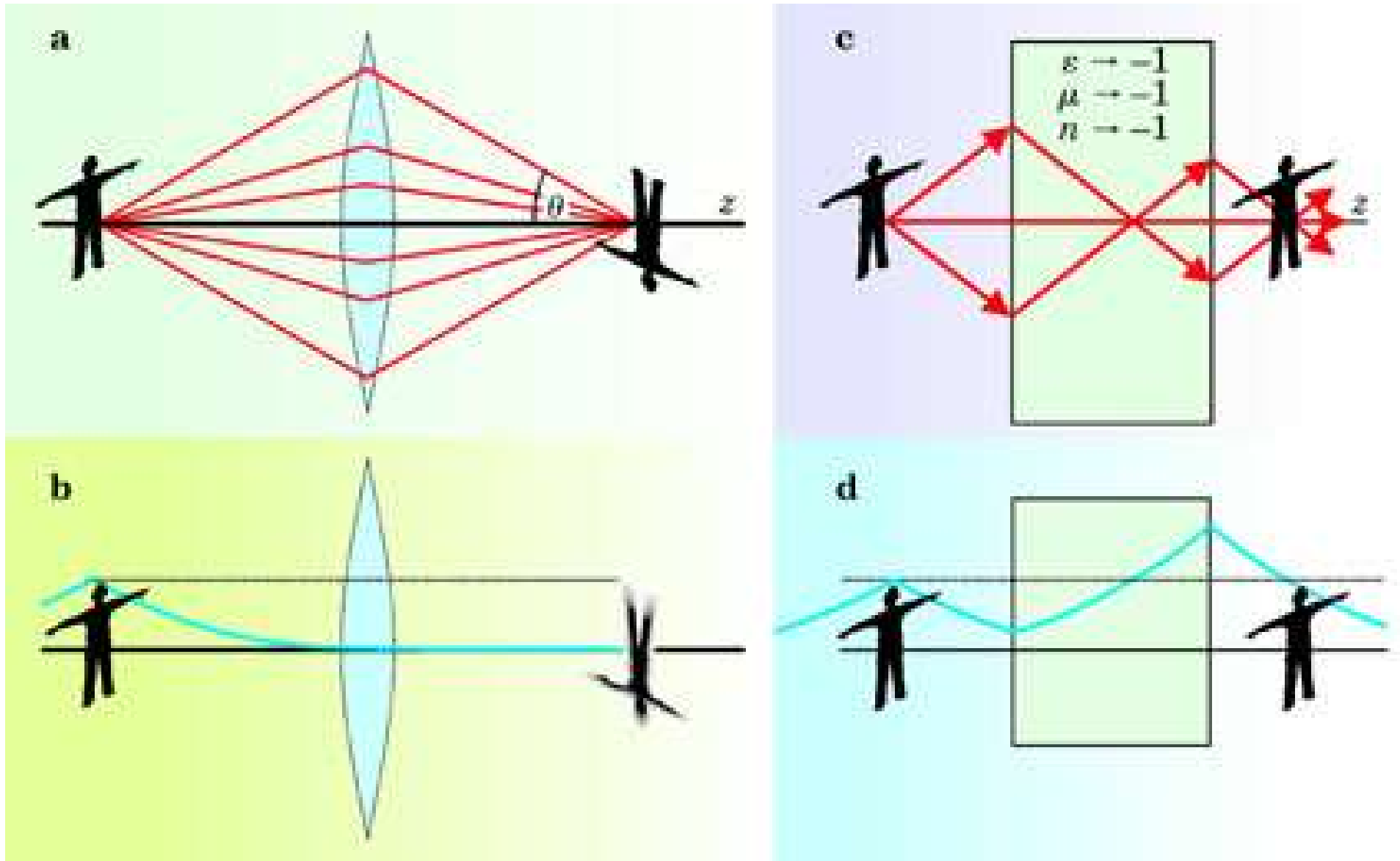
a) $n = 2.3$

b) $n = -1$

c) $n \approx -1$, Linse für 15 GHz
(C. G. Parazzoli et al., Appl. Phys. Lett., 2004)

Die Linse aus negativem Material ist viel leichter, und hat eine wesentlich kürzere Brennweite.

Die perfekte Linse?



(J. B. Pendry and S. A. Ramakrishna, J. Phys., Condens. Matter, 2003)

Die Kontroverse um die perfekte Linse

- ▶ **Negative Refraction Makes a Perfect Lens**,
J. B. Pendry, Phys. Rev. Lett. 85, 3966 (2000).
- ▶ **Comment on "Negative Refraction Makes a Perfect Lens"**,
G. W. 't Hooft, Phys. Rev. Lett. 87, 249701 (2001).
- ▶ **Left-Handed Materials Do Not Make a Perfect Lens**,
N. Garcia, M. Nieto-Vesperinas, Phys. Rev. Lett. 88,
207403 (2002).
- ▶ **Limitations on subdiffraction imaging with a negative refractive index slab**,
D. R. Smith et al., Appl. Phys. Lett. 82, 1506 (2003).

Übersicht

- ▶ Der Brechungsindex
- ▶ Veselagos Idee
- ▶ Metamaterialien
- ▶ Experimente und Anwendungen
- ▶ **Zusammenfassung**

Zusammenfassung

- ▶ Wenn Dielektrizitätskonstante ϵ und Permeabilität μ gleichzeitig negativ sind, ist auch der Brechungsindex n negativ. In solch einem „linkshändigen“ Medium sind einige Gesetze der Optik scheinbar auf den Kopf gestellt. (Victor Veselago)
- ▶ Metamaterialien können sich für Mikrowellen so verhalten als hätten sie einen negativen Brechungsindex. (John Pendry)
- ▶ Das konnte experimentell bestätigt werden. (David Smith)
- ▶ So werden interessante technische Anwendungen möglich, zum Beispiel leichte Linsen mit kurzer Brennweite, eventuell auch eine Bildauflösung jenseits des Beugungslimits.

Literatur

bei Interesse Email an: sbuehler@uni-bremen.de

- ▶ V. G. Veselago, Sov. Phys. Usp., 10, 509, 1968.
- ▶ Gerthsen, Kneser, Vogel, Physik, 16. Auflage, Springer Verlag, 1992.
- ▶ J. B. Pendry et al., Phys. Rev. Lett., 76, 4773, 1996.
- ▶ C. F. Bohren und D. R. Huffman, Absorption and Scattering of Light by Small Particles, Wiley, 1998.
- ▶ J. B. Pendry, A. J. Holden, D. J. Robbins, W. J. Stewart, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., 47, 2075, 1999.
- ▶ J. B. Pendry, Phys. Rev. Lett., 85, 3966, 2000.
- ▶ D. R. Smith et al., Phys. Rev. Lett., 84, 4184, 2000.
- ▶ R. A. Shelby, D. R. Smith, S. Schultz, Science, 292, 77, 2001.
- ▶ R. A. Shelby, D. R. Smith, S. C. Nemat-Nasser, S. Schultz, Appl. Phys. Lett., 78, 4, 2001.
- ▶ G. W. 't Hooft, Phys. Rev. Lett., 87, 249701, 2001.
- ▶ N. Garcia, M. Nieto-Vesperinas, Phys. Rev. Lett., 88, 207403, 2002.
- ▶ P. M. Valanju et al., Phys. Rev. Lett., 88, 187401, 2002.
- ▶ N. Fang, Z. Liu, T. J. Yen, X. Zhang, Opt. Express, 11, 682, 2003.
- ▶ P. Kolinko and D. R. Smith, Opt. Express, 11, 640-648, 2003.
- ▶ J. B. Pendry, S. A. Ramakrishna, J. Phys.: Condens. Matter, 14, 6345, 2003.
- ▶ J. B. Pendry and D. R. Smith, Phys. Rev. Lett., 90, 029703, 2003.
- ▶ D. R. Smith et al., Appl. Phys. Lett., 82, 1506, 2003.
- ▶ C. G. Parazzoli et al. Appl. Phys. Lett., 34, 3232, 2004.
- ▶ T. J. Yen, Science, 303, 2004.
- ▶ D. R. Smith et al., Science, 305, 2004.



Glas, $n = 1.5$

Wein, $n = 1.3$

Tapas, $n = ?$

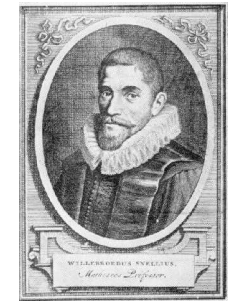


...jetzt im Studierhaus,
Sie sind alle
herzlich eingeladen!

Bildnachweis



Université de Nantes



Haasbroek,
Neth. Geod. Comm., 1968



www.robinwood.com



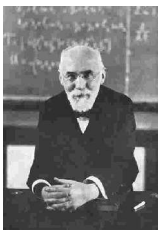
Cranbrook School



Cook Prairie Wines



Helsinki University of Technology,
Electromagnetics Laboratory



East Tennessee State University



<http://www.tasteandalucia.com>