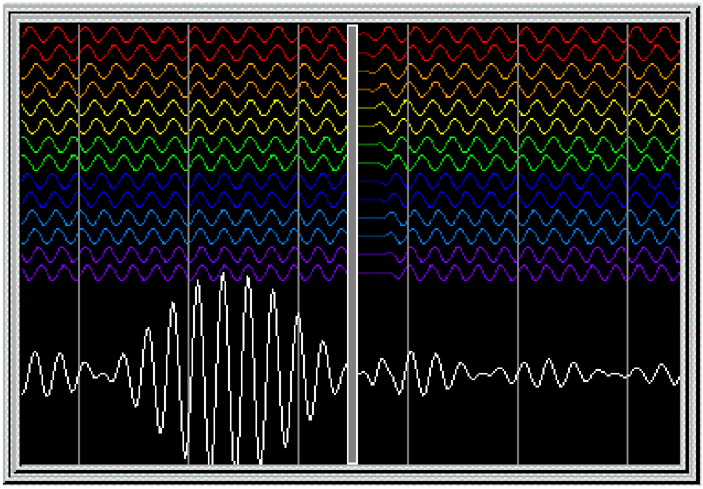
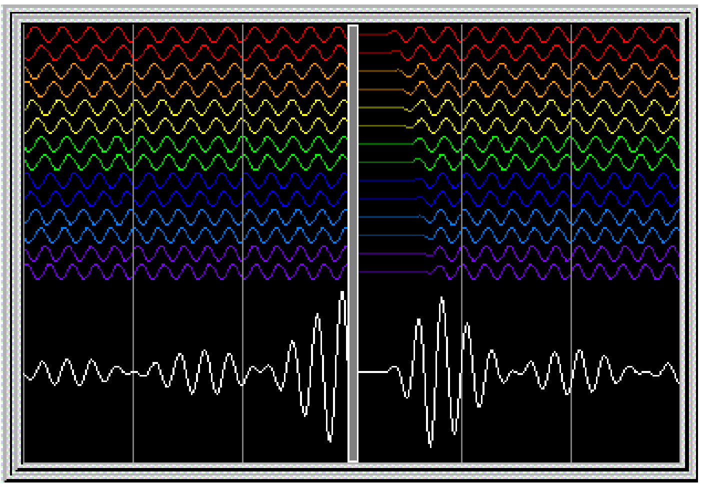
Gruppengeschwindigkeit größer als c, oder negativ!?

Die Gruppengeschwindigkeit gibt die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Wellenpaketen an. Diese entstehen durch die Überlagerung von Einzelwellen (Phasen) an Stellen gleicher Amplitude. Die Geschwindigkeit der Einzelwellen wird durch die Phasengeschwindigkeit beschrieben.
In einem dispersiven Medium hängt die Phasengeschwindigkeit jeder Einzelwelle von ihrer Frequenz ab, so dass sich die Einzelwellen mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten fortbewegen. Deshalb ändern sich die Orte gleicher Amplitude und die Gruppengeschwindigkeit stimmt nicht mehr mit der Phasengeschwindigkeit überein.

Wenn der Brechungsindex eines Mediums bei steigender Frequenz abfällt (anormale Dispersion), dann kann es passieren, dass die Gruppengeschwindigkeit größer als c (Lichtgeschwindigkeit im Vacuum) wird. Wenn der Brechungsindex sehr stark abfällt kann die Gruppengeschwindigkeit sogar negativ werden. [1]

Im Folgenden soll veranschaulicht werden, weshalb dies kein Widerspruch zu SRT von Albert Einstein ist:





In den beiden Abbildungen sind die Einzelwellen (bunt) und die resultierende Welle (weiß) dargestellt. Es liegt anormale Dispersion vor und das Wellenpaket bewegt sich mit einer Gruppengeschwindigkeit > c. Kurz bevor das Wellenpaket die Mitte des betrachteten Bereiches erreicht wird dieser durch einen Absorber in zwei Teile geteilt (weißer Balken). Alle Einzelwellen werden absorbiert und die Ausbreitung wird gestoppt. Das Wellenpaket bewegt sich nun mit Überlichtgeschwindigkeit auf den Absorber zu und wird scheinbar vom Absorber gestoppt. Da es nur durch die Stellen gleicher Phase der Einzelwellen definiert ist taucht es aber hinter dem Absorber wieder auf.
Wenn das Wellenpaket die Wellenenergie mit sich führen würde, dann müsste diese absorbiert werden und es könnte den Absorber nicht passieren. Dies geschieht jedoch nicht. Somit zeigt dieses Beispiel, dass sich keine Energie mit dem Wellenpaket, mit Überlichtgeschwindigkeit ausbreiten kann und dass eine Gruppengeschwindigkeit > c kein Widerspruch zur SRT von Albert Einstein ist.

Nun ergibt sich aber folgender Widerspruch:
Die Wellenpakete stellen die Feldstärke der elektromagnetischen Welle dar und die Feldenergie ist die Wellenenergie. Folglich muss ein Wellenpaket die Energie einer Welle beschreiben. → Ein Wellenpaket kann sich also nicht schneller als c ausbreiten!

Diese Folgerung ist falsch!

... denn das Wellenpaket beschreibt zwar den Ort der Wellenenergie, die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Wellenpaketes beschreibt aber nicht die der Wellenenergie.

Dies kann folgendermaßen veranschaulicht werden:

Eine EMW besteht aus Photonen, also Quantenobjekten. Die Energie der EMW enthalten die Photonen, die sich nicht schneller als mit c ausbreiten können. Ein Wellenpaket beschreibt die Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Photonen. Genauer: Die Amplitude des Wellenpakets beschreibt die Wahrscheinlichkeit mit der ein Photon an einem Ort faktisch wird.
Ein Wellenpaket welches sich ausbreitet beschreibt nicht ein sich ausbreitendes Photon, sondern nur die Wahrscheinlichkeit mit der die in der EMW* enthaltenen Photonen faktisch werden. Es hat also nichts mit der Energieausbreitung zu tun.
Das erklärt auch weshalb es kein Widerspruch zu der Ausbreitung von Photonen ist, wenn Wellenpakete rückwärts laufen.

Nun die Erklärung des oben gezeigten Beispiels:

Das Wellenpaket (weiß), welches sich mit Überlichtgeschwindigkeit fortbewegt, illustriert nur die Aufenthaltswahrscheinlichkeit von den Photonen an dem Ort wo es sich gerade befindet. Das Wellenpaket vor dem Absorber beschreibt also die Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Photonen vor dem Absorber und ein wenig später beschreibt es die der Photonen hinter dem Absorber. Es gibt also keinen Grund, weshalb das Wellenpaket absorbiert werden sollte.

* Natürlich ist das Wellenmodell hier die falsche Beschreibung, es müsste eher die Rede von einem Photonenstrom sein (klassisch gesehen).

[1]: http://gregegan.customer.netspace.net.au/APPLETS/20/20.html

Was ist *Tunnelgeschwindigkeit?*

Die Frage ist komplizierter als man meinen mag. Wie ein Blick auf Abbildung 4 zeigt, gibt es da mehrere anscheinend gleichwertige Möglichkeiten (Abbildung 4). Zunächst einmal gibt es zwei Frontgeschwindigkeiten: Die Geschwindigkeit, mit der sich der Punkt bewegt, an dem einen bestimmte Energiemenge übertragen wurde (1) (die Ordinate in Abbildung 4 stellt die Intensität dar, hat also die Dimension Energie/(Zeit·Fläche); die Abszisse hat die Dimension Zeit, also ist die Fläche unter der Kurve der Energiemenge des Signals proportional), und die Geschwindigkeit, mit der sich der Punkt bewegt, an dem eine bestimmte Schwellenintensität überschritten wird (2). Dann gibt es natürlich die Geswchwindigkeit, mit der sich das Maximum des Wellenpakets bewegt (3), die identisch sein kann (aber natürlich nicht sein muß) mit der Schwerpunktsgeschwindigkeit des Wellenpakets (4). Schließlich kann man die Paketgeschwindigkeit auch definieren als die Geschwindigkeit, mit der sich der Punkt bewegt, and dem das ganze Paket „durch`` ist (5).

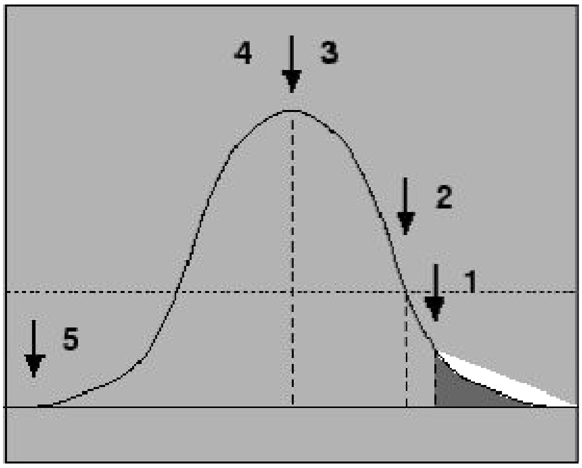


Abbildung 4: Es gibt mehrere Möglichkeiten, eine Tunnelgeschwindigkeit zu definieren.

Nun ist es, wenn man sich die Frage nach superluminalem Tunneln stellen will, nicht egal, über welche dieser Geschwindigkeiten man redet. Es ist ja nicht jede Größe der Dimension Strecke/Zeit eine physikalisch realisierte Geschwindigkeit.

Ein Beispiel: wenn man etwa einen Laserstrahl auf die Mondoberfläche richtet, und den Laser dann zur Seite bewegt, so bewegt sich der Lichtpunkt auf der Mondoberfläche mit beliebig großer Geschwindigkeit; wenn der Laser schnell genug bewegt wird, auch schneller als das Licht. Tatsächlich aber werden nur jeweils andere Stellen der Mondoberfläche vom Licht beschienen; es ist nicht so, daß der Lichtpunkt eine physikalische Entität wäre, die sich tatsächlich mit $v > c$ bewegen könnte. Wenn etwa ein Mensch auf der Erdoberfläche mit den Fingern schnippt, und eine halbe Sekunde später ein Astronaut auf dem Mond dasselbe tut, kann man ja nicht sagen, das Fingerschnippen habe sich von der Erde zum Mond bewegt.

Um hier ein klares Konzept zu haben. über das man mißverstädnisfrei reden kann, hat man die Idee der *Informationsübertragungsgeschwindigkeit* entwickelt: Wenn man in einem Experiment oder mit einem experimentellen Aufbau Information übertragen kann, hat man zweifellos eine reale physikalische Entität von einem Ort zum anderen übertragen. Wenn man das mit Unterlicht- oder Lichtgeschwindigkeit machen kann, ist das nicht speziell interessant, ersteres kann jede Brieftaube ja schließlich auch. Hat man aber in einem Experiment Information mit Überlichtgeschwindigkeit übertragen, dann hat die theoretische Physik ein hochinteressantes Problem und man selbst den nächsten Nobelpreis sicher.

Was ist nun Informationsübertragung? Das oben erwähnte Fingerschnippen sicher nicht. Daß der Astronaut auf dem Mond eine bestimmte Zeitspanne nach dem Experimentator mit den Fingern schnippt, ist entweder Zufall oder vorher abgesprochen. In keinem Fall wird das Fingerschnippen auf der Erde das auf dem Mond beeinflussen. Wenn der Experimentator sich kurzfristig entschließt, statt eines vorher vereinbarten Signals das erste Kapitel von *Jim Knopf und Lukas der Lokomotivführer* im Morsecode zu schnippen, so wird das der Astronaut frühestens mit der üblichen 1.2sekündigen Verzögerung erfahren; diese Information kann also höchstens mit Lichtgeschwindigkeit übertragen werden.

Welche der obigen Definitionen für das Konzept Informationsübertragungsgeschwindigkeit ist nun die sinnvollste? Nun, Diskussionen über Definitionen hat die Physik schon öfter gehabt, und in aller Regel hat sich schließlich diejenige Definition durchgesetzt, die experimentell realisierbaren und meßbaren Größen am nächsten kam.

Hier muß man sich also zwei Fragen stellen: (a) Wie ist ein Detektor technisch zu realisieren, der Information im Sinne der Definitionen (1)-(5) mißt, und (b) Kann man ein Protokoll festlegen, mit dem ein Experimentator am Emitter einem Kollegen am Detektor tatsächlich Informationen (sagen wir die gerade gezogenen Lottozahlen) mit dem unter (a) beschlossenen Aufbau und der jeweiligen Geschwindigkeit auch wirklich übermittelt?

Die Antworten auf die Frage (a) sind relativ klar.

(1)
: Jedes fotografische Material arbeitet nach diesem Prinzip. Die Lichtintensität wird über einen bestimmten Belichtungszeitraum aufintegriert, und wenn sie einen (durch die spezifischen Eigenscahften des Materials und die Details des Entwicklungsverfahren) bestimmten Schwellenwert überschreitet, erscheint an der entsprechenden Stelle im Negativ ein dunkler Punkt.

(2)
: Auch die reine Intensität ist meßbar, wenn auch nur über einen Umweg: man muß die aufintegrierte Signalintensität regelmäßig zurücksetzen, etwa durch Wechsel des Fotomaterials. Generell formuliert: (1) entspricht einem Meßgerät, bei dem die Zeitantwort auf einen Deltapuls die Heavisidefunktion ist, (2) entspricht einem Meßgerät, dessen Impulsantwort im Zeitbereich zerfällt. Mikrophone funktionieren auf diese Weise.

(3)
: Ein Detektor, der das Maximum bestimmt, ist identisch mit einem Detektor nach (2), aber mit zwei Erweiterungen: er muß erstens empfindlicher sein (da er das Maximum vom Rest des Signals unterscheiden können muß), respektive bei gleicher Empfindlichkeit eine höhere Signalintensität verlangen und kann damit das Signal aus Abbildung 4 erst später detektieren als der Detektor (2), und zweitens muß er, um das Maximum bestimmen zu können, bis *nach* dem Maximum warten (der Begriff *Maximum* ist ja ganz allgemein kein lokaler Begriff, sondern eine Eigenschaft eines Werte*bereichs*).

(4)
: Für diesen Detektor gelten dieselben Einschränkungen. Der Schwerpunkt eines Signals ist eine Funktion des ganzen Signals, kann also nicht bestimmt werden, solange erst ein Teil des Signals empfangen wurde.

(5)
: Dieser Detektor ist offensichtlich nur in verlustfreien Umgebungen zu konstruieren. In einem Tunnelexpereiment, in dem ein Teil des Eingangssignals reflektiert wird, also den Detektor gar nicht erreicht, ist diese Geschwindigkeit strenggenommen immer null.

Frage (b) ist nicht so trivial:

(1)
: Hier ist die Informationsübertragungsgeschwindigkeit maximal gleich der Gruppengeschwindigkeit des Informationsträgers, also kleiner oder gleich der Lichtgeschwindigkeit. Wenn also jemand von der Erde mittels Laserstrahl die Lottozahlen auf den Mond übermitteln will (beispielsweise kodiert in der Frequenz des verwendeten Laserlichts) und einen Strahl verwendet, der die geforderte

Energiemenge innerhalb einer Sekunde abstrahlt, so vergeht (a) eine Sekunde, bis die Energie abgestrahlt wurde, und (b) weitere 1.2 Sekunden, bis sie den Mond erreicht hat. Vom Beginn der Übertragung an sind 2.2 Sekunden vergangen, bis der Astronaut das Signal empfangen hat, und die Informationsübertragunsgsgeschwindigkeit ist etwa halb so groß wie die Lichtgeschwindigkeit. Höhere Signalintensität führt zu höherer Übertragungsgeschwindigkeit, aber c ist die Grenze.

(2)

Nehmen wir an, der Laser brauche eine Sekunde, um die geforderte Signalintensität zu erreichen (oder die Frequenz so einzustellen, wie es das Übertragungsprotokoll und die gerade ermittelte Lottozahl verlangt). Dann braucht die eigentliche Übertragung ebenfalls 2.2 Sekunden, und die Situation ist mehr oder weniger identisch zur obigen. Ein (theoretischer) Unterschied besteht: Nehmen wir an, ein gebe einen zweiten baugleichen Sender und einen zweiten Astronauten, der ebenfalls daran interessiert ist, die Lottozahlen möglichst unverzüglich zu erfahren. Zwischen Erde und Mond befinde sich nun eine Relaisstation mit einem Gerät, welches die erste halbe Sekunde des Signals „sammelt``, und dann ohne weitere Verzögerung auf einmal abstrahlt. Dann würde der erste Laser eine ganze Sekunde benötigen, um die Schwellenintensität zu erreichen, der zweite aber nur eine halbe. Das zweite Signal wäre schneller als das erste. Man könnte dann behaupten, daß, da der erste Sender offensichtlich Licht und damit auch Infomrationsübertragung mit Lichtgeschwindigkeit benutze, der zweite Sender offensichtlich seine Information schneller als der erste und damit mit Überlichtgeschwindigkeit übertrage. Dieser Einwand ist, wie man leicht einsieht, Unsinn. Der zweite Sender nutzt ja gerade die Tatsache aus, daß Sender eins die Information eben nicht mit Lichtgeschwindigkeit sondern deutlich langsamer überträgt. Die scheinbare Überlichtgeschwindigkeit resultiert hier aus einer simplen Verformung des Signals.

(3)

In diesem Fall ist es unmöglich, ein Übertragunsgsprotokoll zu finden, das nicht langsamer ist als in (2). Verwendet der Sender feste Pulsformen, so steht die zeitliche Position des Maximums schon bei Beginn des Pulses fest, und zwar *nach* allen Zeitpunkten, an denen eine Detektion nach (2) möglich wäre, denn um detektiert zu werden, muß das Maximum eine Intensität aufweisen, die oberhalb der Detektorschwelle liegt. Sender und Empfänger könnten sich etwa auf ein Sägezahnsignal (kontinuierlich intensiver werdend und dann abrupt abfallend) einigen, und auf ein Protokoll, nach dem die Information etwa in der Dauer des Anstiegs kodiert ist. Es ist leicht einzusehen, daß hier die maximale Übertragungsgeschwindigkeit ebenfalls c nicht überschreiten kann.

(4)

Die maximale Übertragungsgeschwindigkeit ist hier durch die Geschwindigkeit gegeben, mit der der gesamte Puls übermittelt wurde. Das Problem, das sich hier ergibt (wann weiß der Empfänger, daß der gesamte Puls eingetroffen ist?), wurde oben beschrieben. Grundsätzlich können Sender und Empfänger sich einigen, nur Intensität aus einem bestimmten Zeitfenster als Signal zu betrachten, aber dann ist die Zeit, die die Übertragung braucht, gegeben durch die Zeit, die der Informationsträger benötigt plus der Breite dieses Zeitfensters, und die resultierende Geschwindigkeit ist auf jeden Fall kleiner als c.

(5)

Hier gilt dasselbe wie für (4).

Generell sollte man Fragen wie die nach der Geschwindigkeit, mit der Information übertragen werden kann, nie stellen, ohne ein Experiment oder ein Übertragungsprotokoll zu diskutieren, mit dem die in der Frage vorkommenden Phänomene auch experimentell erfaßt werden können.

Was sind *Phasengeschwindigkeit* und *Gruppengeschwindigkeit?*

Sei $\phi(x,t)$ ein Wellenpaket, welches aus einer Überlagerung von vielen $\phi_k(x,t)$ mit

$$\phi_k(x,t) = \exp\{ikx - i\omega t\}$$

bestehe. Dann ist die Phasengeschwindigkeit die Geschwindigkeit jeder einzelnen dieser Wellen:

$$v_P(k) = \frac{\omega(k)}{k}$$

also keine Zahl, sondern eine Funktion von k: Verschiedene Bestandteile des Wellenpakets haben also verschiedene Geschwindigkeiten, der Fachausdruck hierfür ist *Dispersion*. Die *Gruppengeschwindigkeit* ist definiert als:

$$v_G = \frac{d\omega}{dk}$$

Auch die Gruppengeschwindigkeit ist in der Regel eine Funktion von k, taugt also nicht als Maß für die Geschwindigkeit des Wellenpakets. Mit den weiter oben diskutierten Geschwindigkeitsbegriffen taugt zur Identifikation mit der Signalübertragungsgeschwindigkeit am ehesten die *Frontgeschwindigkeit*

$$v_F = \lim_{k \to \infty} v_P(k) = \lim_{k \to \infty} \frac{\omega(k)}{k}$$

welche die Geschwindigkeit ist, mit der sich (wie der Name sagt) die Wellenfront ausbreitet.

Das Folgende ist zitiert nach [SU92]:

„Betrachten wir eine Welle $\phi(x,t)$, die sich in einem dispergierenden Medium (d.h. in einem Medium mit vom Wellenzahlvektor abhängigen Brechungsindex) ausbreitet. Die Phasengeschwindigkeit der Welle $\phi_k(x,t) = \exp\{ikx - i\omega t\}$ ist durch $kx - \omega t = k(x - v_P t)$ definiert, also

$$v_P(k) = \frac{\omega(k)}{k}$$

Für die Signalübertragung ist v_P nicht maßgebend, da der monochromatische Wellenzug $\phi_k(x,t)$ unendliche Länge aufweist und unmoduliert ist, also kein Signal trägt. Durch Überlagerung von Wellen verschiedener Frequenz, im einfachsten Fall durch Bildung von

$$\phi = \frac{1}{2}(\phi_{k-\Delta k} + \phi_{k+\Delta k}) = \underset{\text{Phase}}{\exp\{ikx - i\omega t\}} \cdot \underset{\text{Amplitude}}{\cos(\Delta kx - \Delta\omega t)}$$

erhält man Wellenpakete, die sich mit Gruppengeschwindigkeit v_G ausbreiten, wobei

$$v_G = \frac{d\omega}{dk}$$

Jedoch beschreibt auch die Gruppengeschwindigkeit die Signalausbreitung nur in den einfachsten Fällen korrekt. Es gibt bereits in der klassischen Elektrodynamik Situationen, in denen sowohl v_P als auch v_G die Lichtgeschwindigkeit überschreiten ($v_P > 1$ z.B. bei der Wellenausbreitung in Hohlleitern, $v_P > 1$ und $v_G > 1$ bei Vorliegen anomaler Dispersion, vgl. [Jac62], [Bri60]). In diesen Fällen ist die Dispersion so ausgeprägt, daß der Begriff des Wellenpaketes nicht mehr sinnvoll ist, da das Paket durch die unterschiedliche Phasengeschwindigkeit der in ihm enthaltenen Frequenzanteile im Laufe der Ausbreitung völlig deformiert wird und damit zur Signalübertragung unverwendbar ist.
Unter diesen Verhältnissen können nur Diskontinuitäten des Feldes (z.B. plötzliches ein- oder Ausschalten) zum Signalisieren herangezogen werden. *Diskontinuitäten* breiten sich mit *Frontgeschwindigkeit* v_F

$$v_F = \lim_{k\to\infty} v_P(k) = \lim_{k\to\infty} \frac{\omega(k)}{k}$$

aus, mit der sich auch die Wellenfront, die die Bereiche $\phi \neq 0$ von $\phi = 0$ trennt, fortpflanzt.
In keinem Fall können Signale mit größerer Geschwindigkeit als v_F übertragen werden, da sich z.B. die Diskontinuität des ersten Einschaltens der Welle (bzw. ihres Senders) nur mit v_F ausbreitet (Signale sind stets als eine Art Diskontinuität anzusehen, da die zu einem gewissen Zeitpunkt getroffene Entscheidung, A oder non-A zu signalisieren, aus dem bis dahin vorliegenden Wellenzug nicht erschlossen werden kann).``
[SU92]

Weiterhin kann gezeigt werden, daß für ein diskontinuierliches, sich in positiver x-Richtung ausbreitendes Signal $\phi(x,t)$ dessen Amplitude zum Zeitpunkt $t=0$ im Bereich $x>0$ verschwindet, also $\phi(x>0, t=0) = 0$, auch gelten muß:

$$\phi(x,t) = 0 \qquad \text{für} \qquad x > \left(\lim_{k\to\infty} \frac{\omega(k)}{k}\right) t$$

was bedeutet, daß für alle Zeitpunkte $t > 0$ die Welle $\phi(x,t)$ im durch die Frontgeschwindigkeit als ,,vor der Front liegend`` definierten Bereich ebenfalls verschwinden muß [Bri60,SU92].

Was ist das Nimtz-Experiment?

Im Jahr 1992 veröffentlichte das Journal de Physique in der September-Ausgabe einen Artikel von Achim Enders und Günter Nimtz mit dem Titel ,,On superluminal barrier traversal`` [EN92]. Darin beschreiben die Autoren folgendes Experiment: Ein gaußförmiges Wellenpaket aus Mikroellen des Frequenzbereichs 8.2-9.2 GHz wird in eine Tunnelstrecke geschickt, die aus drei Wellenleitern besteht. Die beiden äußeren Wellenleiter sind groß genug (10.16 mm $\times$ 22.86 mm), daß ihre Grenzfrequenz mit 6.56 GHz deutlich unterhalb des betrachteten Frequenzbereichs liegt, der mittlere jedoch mißt lediglich 7.90 mm $\times$ 15.80 mm, und seine Grenzfrequenz ist mit 9.49 GHz zu hoch für die Mikrowellen, die diese Strecke durchtunneln müssen. Mißt man nun die Pulsform des Wellenpakets nach dem Durchgang durch die Tunnelstrecke und vergleicht mit einem Puls, der auf einem der Referenzkanäle den Detektor erreicht, so stellt man fest, daß erstens das Wellenpaket, das die Tunnelstrecke überwand, deutlich abgeschwächt wurde (Die Autoren verwendeten Hohlleiter verschiedener Länge; für den längsten (100 mm) geben sie ein Verhältnis von etwa 1500:1 für die Signalamplituden von Referenzkanal und Tunnelstrecke an. Zweitens trifft das Maximum des getunnelten Pulses nach 130 ps am Detektor ein, das des Referenzpulses jedoch erst nach 200 ps. Die Autoren zogen daraus die Schlußfolgerung, daß das getunnelte Signal sich schneller als das Referenzsignal, mithin schneller als das Licht ausgebreitet habe.

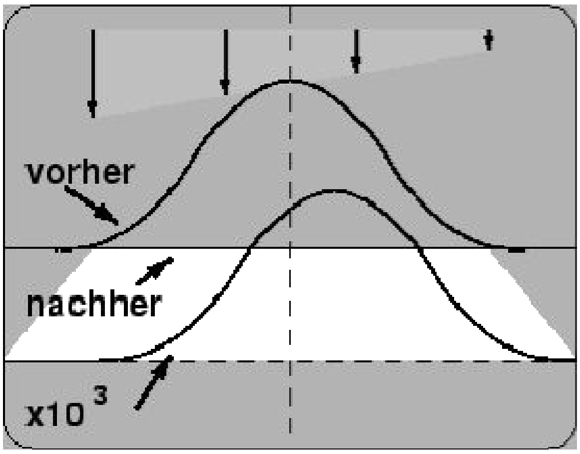


Abbildung: Eine Tunnelbarriere, die den hinteren Teil des Wellenpakets stärker dämpft als den vorderen, läßt das Pulsmaximum nach vorne verschoben erscheinen.

Welche der fünf Geschwindigkeitsdefinitionen verwendet Nimtz?

Genaugenommen zwei verschiedene: In den frühen Arbeiten (etwa [Nim93]) wird ausschließlich auf die Geschwindigkeit des Maximums bezuggenommen.

In [Nim97] findet sich jedoch neben der Behauptung, „ daß sich Signale und Energien auch schneller als das Licht im Vakuum ausbreiten können`` eine kurze Diskussion verschiedener Geschwindigkeitsbegriffe und unter anderem folgende Definition der *Energiegeschwindigkeit*:

$$\bar{v}_e = \frac{\bar{P}}{\rho} \tag{4}$$

wobei $\bar{P}$ die Energiestromdichte und ρ die Energiedichte darstellt. Dies ist viel anschaulicher als es auf den ersten Blick wirkt: Angenommen, man mißt die Fließgeschwindigkeit von Wasser in einem Wasserrohr. Das Rohr habe einen Querschnitt von 1 m^2, die Dichte des Wassers sei 10^3 kg/m^3 und die tatsächliche Fließgeschwindigkeit 1 m/s. Dann ist die Wasserstromdichte 10^3 kg/m^2s (eine Tonne Wasser passiert einen Querschnitt von einem Quadratmeter in einer Sekunde), und die Fließgeschwindigkeit ist natürlich gleich 10^3 kg/m^2s dividiert durch 10^3 kg/m^3, also 1 m/s. Diese Definition hat nun den Vorteil, daß sie auch anwendbar bleibt, wenn statt Wasser etwa Luft betrachtet wird, die expandiert (und damit ihre Dichte mit der Zeit verändert), oder die Intensität einer übertragenen Welle, die (durch Absorption oder Reflektion) veränderlich ist. Nimtz schreibt dann weiter:
„[Es] gilt für den Vektor der transmittierten Energiestromdichte

$$\bar{P}_{trans} = \bar{P}_{einl} + \bar{P}_{refl} \tag{3}$$

$$\bar{P}_{trans} = (1-r^2)\bar{P}_{einl} \tag{4}$$

$$\rho = \rho_{einl} + \rho_{refl} \tag{5}$$

$$\rho = (1+r^2)\rho_{einl} \tag{6}$$

Die Indizes *einl* und *refl* kennzeichnen die auf die Barriere einlaufenden und der reflektierten Anteile, die Reflexion beschreibt der Koeffizient r. Damit kann die Geschwindigkeit der transmittierten Energiestromdichte

$$\bar{v}_{e,trans} = \bar{v}_e \frac{(1+r^2)}{(1-r^2)} \tag{7}$$

Werte erreichen, die $\bar{v}_e$(Energieflußgeschwindigkeit ohne Berücksichtigung der Reflexion) und c weit übersteigen können.``
[Nim97]
Dem Autor dieser Zeilen ist allerdings nicht einsichtig, wie Gleichung (7) zustandekommt. $\bar{P}_{trans}$ ist offensichtlich die Energiestromdichte *nach* der Tunnelstrecke. $\rho = \rho_{einl} + \rho_{refl}$ die gesamte Energiedichte *vor* der Tunnelstrecke unter Berücksichtigung der Reflektion. Dann ist aber

$$\bar{v}_{e,trans} = \frac{\bar{P}_{trans}}{\rho} = \frac{(1-r^2)\bar{P}_{einl}}{(1+r^2)\rho_{einl}} = \bar{v}_e \frac{(1-r^2)}{(1+r^2)}$$

in merklichem Unterschied zu Gleichung (7) in [Nim97]. Insbesondere muß hier mit $0 \le r \le 1$ auf jeden Fall $\bar{v}_{e,trans} \le \bar{v}_e$ sein. Eigentlich ist aber nicht einzusehen, warum die Energieflußgeschwindigkeit nicht gleich der Energieflußdichte *nach* der Tunnelstrecke dividiert durch die Energiedichte des einfallenden Signals sein soll. Also

$$\bar{v}_{e,trans} = \frac{\bar{P}_{trans}}{\rho_{einl}} = \frac{(1-r^2)\bar{P}_{einl}}{\rho_{einl}} = (1-r^2)\bar{v}_e \qquad (5)$$

was ziemlich genau den Geschwindigkeitsdefinitionen (1) und (2) aus dem Abschnitt 5 entspricht.

Und Mozart?

Um dem Vorwurf, es habe keine Informationsübertragung mit Überlichtgeschwindigkeit stattgefunden, medienwirksam zu begegnen, behaupten [HN94], die Sinfonie Nr. 40 (g-moll) von Wolfgang Amadeus Mozart (KV 550) mit 4.7-facher Lichtgeschwindigkeit über eine Tunnelstrecke von 114 mm übertragen zu haben.

Das Argument ist: Mozart ist ja wohl Information. Und wenn Mozart mit Überlichtgeschwindigkeit übertragen wird, dann wird ja wohl Information mit Überlichtgeschwindigkeit übertragen. Dieses Argument ist albern:

(1)
: Die Meßapparatur kann natürlich nicht zwischen der Mozartsinfonie und irgendeinem Wellenpaket unterscheiden. Also muß hinsichtlich der Informationsübertragung alles, was für Mozart gilt, auch für beliebige Wellenpakete gelten (so argumentieren [HN94]). Aber natürlich muß umgekehrt auch alles, was hinsichtlich der Informationsübertragung mit Überlichtgeschwindigkeit für beliebige Pakete gilt, auch für die Mozartsinfonie gelten. Insbesondere kann es keine überlichtschnelle Informationsübertragung für Mozart, aber nicht für beliebige Wellenpakete gelten. Das muß auch so sein, denn sonst könnte man das Analogsignal der Sinfonie überlichtschnell tunneln, eine digitale, eventuell codierte, Fassung aber nicht. Das wäre absurd.

(2)
: [HN94] argumentieren mit zwei verschiedenen Konzepten von „Information``. Zunächst ist da die für die Frage der überlichtschnellen Übertragung wichtige Definition, welche hier diskutiert wurde. Das zweite Konzept ist ein rein subjektives, nach ästhetischen Kriterien bestimmtes Konzept: Mozart sei ja wohl Information. [HN94] benutzen dieses Konzept, um ein Argument in einer Diskussion zu haben, in welcher jenes relevant ist. Das ist nicht legitim.

(3)
: Eine Nebenbemerkung zur Zeit- und Längenskala des Experiments: c ist bekanntlich $300\,000$ km/s. Das heißt, daß der Kammerton a bei 440 Hz für ein amplitudenmoduliertes Mikrowellensingal eine Modulation der Wellenlänge 682 km darstellt. Eine Halbschwingung (am ehesten vergleichbar mit einem Wellenpaket) ist immer noch 341 km lang. Bei einer Tunnelstrecke von 114 mm ist Mozart für die Tunnnelstrecke in ausgezeichneter Näherung eine gerade Linie.

Der Verweis auf dieses Experiment findet sich übrigens ausschließlich in [HN94], und auch dort nur in einem Nebensatz:

„The signals considered in the microwave experiments were unlimited in time and not Gaussian. Therefore Enders and Nimtz have never claimed that the front of a signal has

travelled at superluminal speed [EN92,EN93]. However, they have stated that the peak and the rising edge of a frequency band limited wave packet propagate faster than $c$through a barrier. This result corresponds to a superluminal group and signal velocity and it was quite recently used to transmit Mozart's symphony no. 40 through a tunnel of 114 mm length at a speed of $4.7 \cdot c$[AN].``
[HN94].
Dem Autor ist nicht klar, warum [HN94] zwischen der „front of a signal`` und der „rising edge of a frequency band limited wave packet`` unterscheiden: die Intentitätsanstieg zu Beginn eines Signalpulses stellt ja gerade die Signalfront dar. Des weiteren ist der zitierte Artikel [AN] weder in der Publikationsliste unter http://www.rrz.uni-koeln.de/math-nat-fak/ph2/n/ noch in den Datenbanken Science Citation Index und Current Contents zu finden

Was passiert denn da jetzt wirklich?

Die Quantenmechanik gibt hierauf eine recht klare Antwort: das Signal verformt sich während des Tunnelns.

[KR96] veröffentlichten eine Sammlung von Computerprogrammen zur numerischen Behandlung interessanter physikalischer Probleme. Eines der Programme löst die zeitabhängige Schrödingergleichung in einer Dimension ausgehend von einem beliebigen komplexwertigen Anfangszustand. Da die Schrödinger- und die Helmholtzgleichung dieselbe mathematische Struktur aufweisen, und die transversale Ausdehnugn des Hohlleiters im Nimtz-Experiment lediglich zur Erzeugung der Potentialbarriere verwendet wird, beschreibt diese numerische Lösung das Nimtz-Experiment qualitativ korrekt.

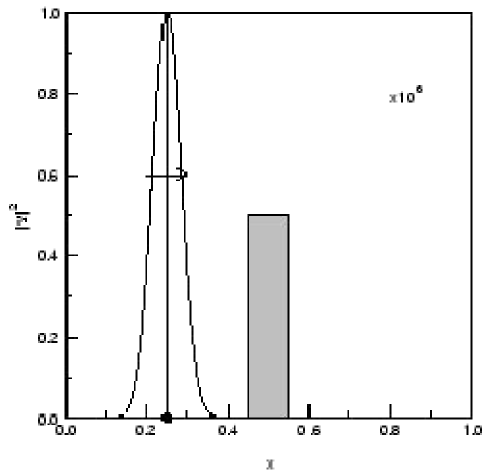


Abbildung 6: $t = 0.25$. Das Wellenpaket nähert sich der Barriere.
Im Folgenden soll nun das Ergebnis einer solchen numerischen Simulation diskutiert werden: In Abbildung 6 ist zunächst ein Wellenpaket abgebildet, welches sich von links kommend mit $v = 1$einer Potentialbarriere nähert (abgebildet ist $|\Psi(x)|^2 = \Psi^*(x)\Psi(x)$. Die Breite ($\sigma_x = 0.05$) und der mittlere Impuls des Wellenpakets wurden so gewählt, daß zu diesem Zeitpunkt ($t = 0.25$) die Amplitude des Wellenpakets im Barrierenbereich noch verschwindet (genaugenommen wurde $\Psi(x \geq 0.45, t = 0.25) = 0$ als Randbedingung gesetzt). Das Intervall

$[0,1]$ wurde in Schritten der Breite 10^{-4} diskretisiert, der Zeitschritt betrug $5 \cdot 10^{-7}$, die Barrierenhöhe $2.0 \cdot 10^{4}$.

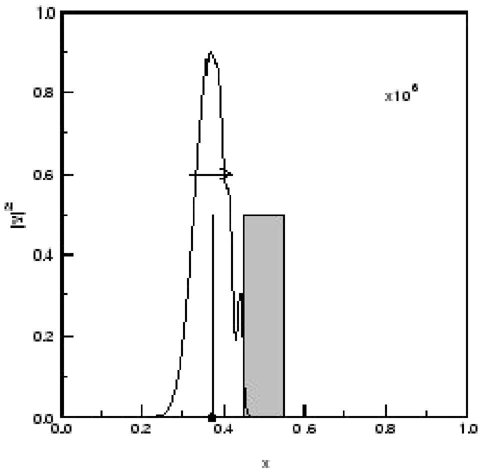


Abbildung 7: $t = 0.37$. Die Wirkung der Barriere auf das Wellenpaket sind sichtbar.

Ein wenig später, bei $t = 0.37$(Abbildung 7) „ sieht`` das Wellenpaket die Barriere bereits: die ersten Wellenanteile werden reflektiert und sorgen in der Nähe der Barriere für Interferenzerscheinungen. Zu diesem Zeitpunkt sind die Gruppengeschwindigkeit wie auch die Geschwindigkeit des Paketmaximums noch wohldefinierte Größen, doch das ändert sich rasch.

Abbildung 8 zeigt die Aufenthaltswahrscheinlichkeit bei $t = 0.45$, also zu dem Zeitpunkt, an dem ein klassisches Teilchen, welches sich ursprünglich am Paketmaximum befand und welches sich mit $v = 1$ bewegte, auf die Barriere trifft. Die interferenzbedingte Verformung des Wellenpakets ist jetzt sehr stark.

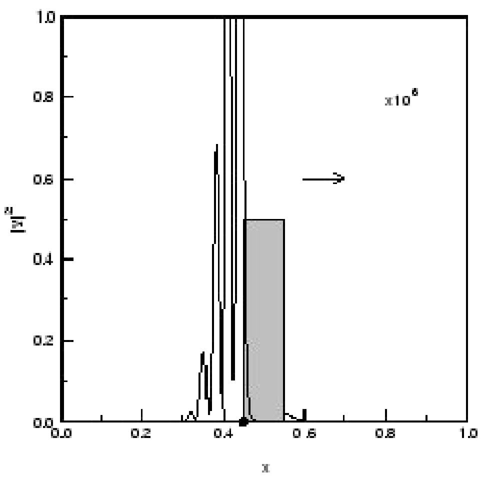


Abbildung 8: $t = 0.45$. Dies ist der Zeitpunkt, zu dem ein klassiches Teilchen, das sich ursprünglich am Maximum des Wellenpakets befand, auf die Barriere auftrifft. Auf der anderen Seite der Barriere (in der Abbildung um einen Faktor 10^6 vergrößert) ist die Front des getunnelten Signals bereits erkennbar.

Die Geschwindigkeit des Paketmaximums ist jetzt kein vernünftig definiertes Konzept mehr. Die Maxima in der Nähe von $x = 0.45$verändern für einen deutlichen Zeitraum um $t = 0.45$ herum lediglich ihre Amplitude, nicht aber die Position. Konsequenterweise ist die Position des Paketmaximums als Funktion der Zeit nicht einmal eine stetige Funktion.

In Abbildung 9 ist die Reflektion des Wellenpakets deutlich fortgeschritten. Gleichzeitig ist auf der rechten Seite der Barriere (um sechs Größenordnungen verstärkt) das Tunnelsignal schon sichtbar. Der Abbildung entnimmt man weiterhin eine deutliche Verbreiterung beider Signale. Das Tunnelsignal ist (in Abbildung 10 deutlicher zu sehen) auch verformt und besitzt nicht mehr die ursprüngliche Gaußsche Intensitätsverteilung.

Bei $t = 0.65$(Abbildung 10) ist das reflektierte Wellenpaket fast wieder bei $x = 0.25$ angekommen. Der getunnelte Anteil auf der rechten Seite (durchgezogene Linie) besitzt ein näherungsweise Gaußsches Intensitätsprofil, ist aber deutlich verformt, wie der Vergleich mit einer gefitteten Gaußfunktion (gepunktete Linie) zeigt.

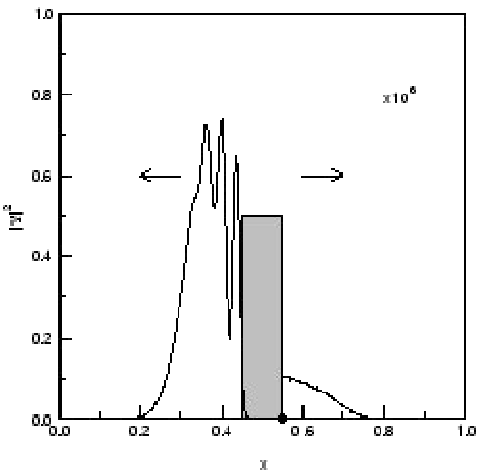


Abbildung 9: $t = 0.55$. Zu diesem Zeitpunkt würde ein klassisches Teilchen das Ende der Tunnelstrecke erreichen, wenn es nicht an der Potentialbarriere reflektiert werden würde.

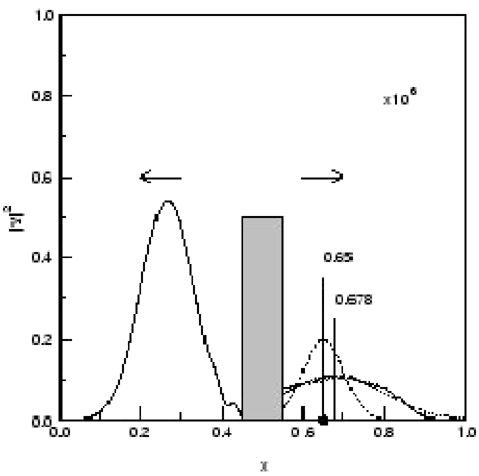


Abbildung 10: $t = 0.65$. Das reflektierte Wellenpaket ist jetzt (beinahe) wieder an dem Punkt

angelangt, an dem es in Abbildung 6 war. Das getunnelte Paket auf der rechten Seite der Barriere (in der Abbildung um einen Faktor 10^6 vergrößert) zu erkennen. Das Maximum einer Gaußfunktion, die an das getunnelte Paket angepaßt wurde, befindet sich bei $x = 0.678$. Ohne die Potentialbarriere wäre das Maximum des Wellenpakets nun bei $x = 0.65$. Wenn die Geschwindigkeit des Pakets außerhalb der Barriere konstant $v = 1$ ist, so muß zu dem Zeitpunkt, an dem das Maximum des Tunnelpakets das Ende der Tunnelstrecke erreicht, das nichttunnelnde Paket erst bei $x = 0.522$ gewesen sein. Damit muß das Verhältnis der Geschwindigkeiten der beiden Pakete zwischen $x = 0.45$ und $x = 0.55$ gleich

$$(0.55 - 0.45)/(0.522 - 0.45) = 1.389$$

gewesen sein.

Die gestrichelte Linie in Abbildung 10 skizziert, wie das Wellenpaket aussehen würde, wenn es die Tunnelstrecke nicht gäbe. Wie deutlich zu sehen ist, befindet sich das Maximum dieses Pakets hinter dem Maximum des Tunnelpakets. Scheinbar hat sich das Wellenpaket im Tunnel mit $1.389v$ ausgebreitet.

Aber ist das nicht Überlichtgeschwindigkeit?

Die Frage ist doch: gibt es eine Möglichkeit, mit der ein Sender auf der linken Seite des Tunnels einem Empfänger auf der rechten Seite eine Nachricht, etwa in Form eines Wellenpakets, mit Überlichtgeschwindigkeit übermitteln kann? Bei der Beantwortung dieser Frage hilft die Diskussion in Abschnitt 5. Und da fallen zwei Dinge auf:

(1)
: Der Betrag des getunnelten Signals in Abbildung 10 ist zu jedem Zeitpunkt kleiner als es der eines nichtgetunnelten Signals wäre (die rechte Seite von Abbildung 10 ist um sechs Zehnerpotenzen verstärkt). Insbesondere gibt es kein Intensitätsniveau, welches vom Tunnelsignal früher erreicht würde, als vom nicht getunnelten.

(2)
: Ebenfalls ist die aufintegrierte Intensität des getunnelten Signals zu jedem Zeitpunkt kleiner als die des nicht getunnelten Signals.

Diese beiden offensichtlichen Erkenntnisse bedeuten, daß ein Detektor des Typs (1) oder (2) in Abschnitt 5 das nichttunnelnde Signal *auf jeden Fall früher* registriert, als das tunnelnde, und zwar unabhängig von der eingestellten Detektorempfindlichkeit. Da das nichttunnelnde Signal mit höchstens mit Lichtgeschwindigkeit übertragen wurde, muß die Informationsübertragungsgeschwindigkeit im Tunnel für Detektoren dieser Typen auf jeden Fall kleiner als c sein.

Das Maximum des Tunnelsignals ist gegenüber dem nichttunelnden ,, nach vorn`` verschoben. Ein Detektor, der das Maximum detektiert, würde das getunnelte Signal früher registrieren als das nicht getunnelte. Daraus zu folgern, daß das Tunnelsignal mit Überlichtgeschwindigkeit transportiert wurde, wäre jedoch falsch, wie folgende einfachen Überlegungen zeigen:

(1)
: Der Sender auf der linken Seite des Tunnels hat auf jeden Fall eine endliche Ansprechzeit. Konkret: vom Zeitpunkt der Sendeauslösung bis zum Zeitpunkt, an dem der Sender das Signalmaximum emittiert, vergeht eine endliche Zeit. Wenn also der

Empfänger einen Detektor benutzt, der das Maximum detektiert, ist das nicht getunnelte Signal auf jeden Fall mit Unterlichtgeschwindigkeit unterwegs. Das getunnelte Signal ist bei gleichem Detektor dann schneller als das nicht getunnelte, aber die Schlußfolgerung, daß das getunnelte Signal damit auch schneller als das Licht sei, ist durch nichts gerechtfertigt.

(2)

Wie erwähnt, ist der Betrag des getunnelten Signals jederzeit kleiner als der des nicht getunnelten Signals (welches ja höchstens mit Lichtgeschwindigkeit unterwegs ist). Das heißt, daß das Maximum des getunnelten Signals beim Empfänger erst eintreffen wird, *nachdem* das nicht getunnelte Signal eine Intensität erreicht hat, die dem Maximum des getunnelten Signals entspricht. Mithin wird ein Detektor vom Typ (2), der auf gerade diese Intensität eingestellt ist und das nicht getunnelte Signal detektiert, das Signal *früher* registrieren als ein Detektor, der das Maximum des Tunnelsignals detektiert. Für diesen Detektor vom Typ (2) aber war das nicht getunnelte Signal höchstens mit Lichtgeschwindigkeit unterwegs. Da der Detektor, der das Maximum des Tunnelsignals detektiert, erst später anspricht, muß das getunnelte Signal mit Unterlichtgeschwindigkeit übertragen worden sein.

Völlig analoge Überlegungen gelten auch für Detektoren der anderen in Abschnitt 5 diskutierten Typen. Daraus folgt, daß mit Tunnelstrecken eine überlichtschnelle Informationsübertragung nicht möglich ist.

Warum dämpft eine Tunnelstrecke den hinteren Teil eines Wellenpakets stärker als den vorderen?

In [End76] gibt es eine hübsche Geschichte, die das anschaulich (wenn auch physikalisch nicht ganz korrekt) erklärt: Jim und Lukas sind von China aus Richtung Kummerland aufgebrochen und haben das Tal der Dämmerung erreicht. Das ist ein Tal, das so eng und verwinkelt ist, daß der Schall es nicht verlassen kann. Schallwellen, die im Tal erzeugt werden, werden an den Wänden immer wieder reflektiert und zurückreflektiert, und bleiben im Tal gefangen, und so wird mit der Zeit der Lärm im Tal immer stärker. Als die beiden den Taleingang erreichen, hat es gerade geregnet, der Regen hat den Lärm ausgewaschen, und im Tal ist es still. Die beiden beraten eine Weile, dann verstopfen sie sich die Ohren und fahren mit der Lok Emma so schnell sie können durch das Tal. Während sie fahren, werden die Geräusche der Lok im Tal hin- und herreflektiert, es wird immer lauter, und schließlich stürzt das Tal hinter ihnen ein, und sie erreichen die Wüste auf der anderen Seite nur mit knapper Not.

Der entscheidende Unterschied zwischen Michael Endes Geschichte und quantenmechanischer Interferenz ist nun, daß in [End76] die Intensitäten überlagern, der Lärm also immer stärker wird (genaugenommen stimmt das nicht, bei Schallwellen überlagern natürlich auch die Amplituden, aber dann wäre Michael Endes Geschichte nicht so schön), bei Interferenz quantenmechanischer Systeme aber die Amplituden der Wellenfunktionen. Diese können sich durchaus annihilieren, jene natürlich nicht.

Was nun in diesem Fall vor sich geht (siehe auch [Fey88]): Wenn ein Wellenpaket auf eine Barriere trifft, wird zunächst der vordere Teil am Eingang der Barriere teilweise reflektiert.

Der tunnelnde Anteil wird am Ausgang der Barriere wiederum teilweise reflektiert. Der durchgelassene Teil wird dann irgendwie gemessen, der reflektierte jedoch erreicht irgendwann wieder den Eingang und wird dort natürlich wieder teilweise reflektiert. Der auf diese Art zweimal reflektierte Anteil überlagert nun (wenn das Wellenpaket lang genug ist) mit dem mittleren und hinteren Teil des Pakets. Dabei löschen sich die überlagernden Wellen teilweise aus. Das Resultat ist eine Dämpfung des hinteren Teils des Wellenpakets und gleichzeitig eine Verformung des Pakets: das Paket wird breiter.

Das kann man auch konkret durchrechnen, und für das Chiao-Experiment in [SKC93] wurde das auch gemacht. Die Methode ist wie im vorigen Abschnitt angedeutet: man zerlegt das Wellenpaket in seine Bestandteile, läßt jeden der Bestandteile jeden möglichen Weg (reflektiert oder durchgelassen) durch die Tunnelstrecke nehmen, schreibt sich jedesmal die Amplitudenfunktion auf, und addiert schlußendlich alle diese Amplituden. Nur nennt der Fachmann Wege Pfade und addieren integrieren, und so heißt die Methode allgemein nicht Wegadditions- sondern Pfadintegralmethode. Für das Chiao-Experiment haben das [WZ95] gemacht, und die experimentellen Beobachtungen von [SKC93] auch reproduzieren können. Sie schreiben aber:

„...[The] interference effect is not symmetrical about the peak of the incident wave packet, ...and should result in a shift of the peak in the process of tunneling. This shift contributes an excess speed to the motion of the wave-packet centroid and therefore is the cause for this type of apparent superluminal traveling.``
[WZ95].